

1. Determinare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + 4^n}{n^3 + 5^n} (x - 2)^n.$$

Stabilire, inoltre, se la serie assegnata converge totalmente nell'intervallo $[1, 3]$.

-
2. Determinare la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = (x \cos x) y^2(x), \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

-
3. Si consideri, al variare del parametro reale α , il seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 - e^{-x}}{|x - \alpha|^{3/2}} dx.$$

1. Stabilire se tale integrale esiste finito per $\alpha = -1$.
2. Stabilire se tale integrale esiste finito per $\alpha = 0$.
3. Stabilire se tale integrale esiste finito per $\alpha > 0$.

Tempo:
2 ore

