CALCOLO DIFF. e INT./A appello del 12 dicembre 2005	cognome e nome firma

1. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1+\frac{2}{3n}\right)^{\frac{2n^2+2}{n^2+3}} .$$

---

2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 5y''(x)+2y'(x)+y(x)=\mathrm{e}^{x} , \\ \\ y(0)=\dfrac{1}{8} \qquad y'(0)=0 . \end{cases}$$

---

3. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra l'asse delle ascisse ed il grafico della funzione

$$f(x)=2\frac{\mathrm{e}^{-1/x^2}\log(1+\mathrm{e}^{-1/x^2})}{x^3} ,$$

per $x\in[1,2]$.

---

4. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y)=2x^3-2xy+y .$$

Determinare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme chiuso e limitato $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0\le x\le 1 ,\ 0\le y\le (x-1)^2\}$.

---

5. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione complessa

$$(z^2+i)(z^3-8)=0 .$$

---

6. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una funzione assegnata di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$ con matrice Hessiana nel punto stazionario $(2,1)$ data da

$$H_f(2,1)=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} .$$

Stabilire se può accadere che $(2,1)$ sia un punto di massimo per f , giustificando la risposta.

Tempo: 3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./B appello del 12 dicembre 2005	cognome e nome firma

1. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{\frac{n^2+2}{n^3+3}} .$$

---

2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 5y(x) = \mathrm{e}^{2x} \, , \\ \\ y(0) = -\dfrac{1}{5} \qquad y'(0) = 0 \, . \end{cases}$$

---

3. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra l'asse delle ascisse ed il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{1/x} \log(1+\mathrm{e}^{1/x})}{x^2} \, ,$$

per $x \in [1,2]$.

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = 2x^3 + 2xy + y \, .$$

Determinare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme chiuso e limitato $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \; : \; 0 \le x \le 1 \, , \; 0 \le y \le 1 - x^2\}$.

---

5. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione complessa

$$(z^2 - 4i)(z^3 + 27) = 0 \, .$$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione assegnata di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$ con matrice Hessiana nel punto stazionario $(1,1)$ data da

$$H_f(1,1) = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} .$$

Stabilire se può accadere che $(1,1)$ sia un punto di minimo per f , giustificando la risposta.

Tempo: 3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./C appello del 12 dicembre 2005	cognome e nome firma

1. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1+\frac{1}{2n}\right)^{\frac{n+3}{n^3+1}} .$$

---

2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 2y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = \dfrac{17}{2}\mathrm{e}^{2x}\,, \\ \\ y(0) = \dfrac{5}{2} \qquad y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

---

3. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra l'asse delle ascisse ed il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{-1/x}\log(1+\mathrm{e}^{-1/x})}{x^2}\,,$$

per $x \in [1,2]$.

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = -2xy - y - 2x^3\,.$$

Determinare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme chiuso e limitato $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1\,,\ 0 \le y \le 1 - x^2\}$.

---

5. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione complessa

$$(z^2+4)(z^3+27i) = 0\,.$$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione assegnata di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$ con matrice Hessiana nel punto stazionario $(-1,-1)$ data da

$$H_f(-1,-1) = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se può accadere che $(-1,-1)$ sia un punto di massimo per f , giustificando la risposta.

Tempo:
3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./D appello del 12 dicembre 2005	cognome e nome firma

1. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1+\frac{3}{n}\right)^{\frac{n^4+1}{n^4+5}} .$$

---

2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 13y(x) = 2\mathrm{e}^{x} , \\ \\ y(0) = \dfrac{1}{5} \qquad y'(0) = 0 . \end{cases}$$

---

3. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra l'asse delle ascisse ed il grafico della funzione

$$f(x) = 2\frac{\mathrm{e}^{1/x^2} \log(1+\mathrm{e}^{1/x^2})}{x^3} ,$$

per $x \in [1,2]$.

---

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = 2xy - y - 2x^3 .$$

Determinare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme chiuso e limitato $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1 ,\ 0 \le y \le (x-1)^2\}$.

---

5. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione complessa

$$(z^2-1)(z^3-8i) = 0 .$$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione assegnata di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$ con matrice Hessiana nel punto stazionario $(-2,1)$ data da

$$H_f(-2,1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} .$$

Stabilire se può accadere che $(-2,1)$ sia un punto di minimo per f , giustificando la risposta.

Tempo:
3 ore