CALCOLO DIFF. e INT./A appello del 13 gennaio 2005	cognome e nome firma

1. Sia dato il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3}+i}{1+\sqrt{3}i}\,.$$

1. Scrivere z in forma trigonometrica.
2. Calcolare z^5 e scrivere il numero complesso così ottenuto in forma algebrica.

---

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 3y''(x) - y(x) = x^2\,, \\ y(0) = 1\,, \qquad y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

1. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema.
2. Calcolare
$$\lim_{x \to 0} \frac{y(x)-1}{x^2}\,.$$

---

3. Si consideri la funzione $f(x,y) = x^2y - 4x\log y$.

1. Determinare il campo di esistenza di f .
2. Determinare gli estremanti di f .

---

4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{se } x \geq 0, \\ \dfrac{\cos x - \cos(3x)}{x} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua in $\mathbb{R}$.
2. Stabilire se f è derivabile in $\mathbb{R}$.

---

5. Determinare la primitiva di

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x+2}}{3\mathrm{e}^{2x} - 4}$$

che vale 0 in $x = \frac{\log(5/3)}{2}$.

---

6. Fornire un esempio di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ <u>limitata</u>, tale che non esista $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

Tempo:
3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./B appello del 13 gennaio 2005	cognome e nome firma

1. Sia dato il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 + \sqrt{3}i} \,.$$

1. Scrivere z in forma trigonometrica.
2. Calcolare z^4 e scrivere il numero complesso così ottenuto in forma algebrica.

---

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - 4y(x) = 4x^2 \,, \\ y(0) = 1 \,, \qquad y'(0) = 0 \,. \end{cases}$$

1. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema.
2. Calcolare
$$\lim_{x \to 0} \frac{y(x) - 1}{x^2} \,.$$

---

3. Si consideri la funzione $f(x, y) = xy^2 + 3y \log x$.

1. Determinare il campo di esistenza di f .
2. Determinare gli estremanti di f .

---

4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos(2x) - \cos(4x)}{x} & \text{se } x > 0, \\ x^2 + x & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua in $\mathbb{R}$.
2. Stabilire se f è derivabile in $\mathbb{R}$.

---

5. Determinare la primitiva di

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{x+1}}{2\mathrm{e}^x + 5}$$

che vale $\frac{\mathrm{e}}{2} \log 7 + 1$ in $x = 0$.

---

6. Fornire un esempio di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ <u>illimitata</u>, tale che non esista $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

Tempo:
3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./C appello del 13 gennaio 2005	cognome e nome firma

1. Sia dato il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-\sqrt{3}i}\,.$$

1. Scrivere z in forma trigonometrica.
2. Calcolare z^6 e scrivere il numero complesso così ottenuto in forma algebrica.

---

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 2y''(x) - y(x) = 2x^2\,, \\ y(0) = 1\,, \qquad y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

1. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema.
2. Calcolare
$$\lim_{x\to 0} \frac{y(x)-1}{x^2}\,.$$

---

3. Si consideri la funzione $f(x,y) = xy^2 + 8y\log x$.
1. Determinare il campo di esistenza di f .
2. Determinare gli estremanti di f .

---

4. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos(4x)-\cos(5x)}{x} & \text{se } x>0, \\ x^2+x & \text{se } x\le 0. \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua in $\mathbb{R}$.
2. Stabilire se f è derivabile in $\mathbb{R}$.

---

5. Determinare la primitiva di

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{x-2}}{4\mathrm{e}^x+1}$$

che vale $\frac{1}{4\mathrm{e}^2}\log 5 + 3$ in $x=0$.

---

6. Fornire un esempio di una funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ <u>illimitata</u>, tale che non esista $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

Tempo: **3 ore**

CALCOLO DIFF. e INT./D appello del 13 gennaio 2005	cognome e nome firma

1. Sia dato il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 - \sqrt{3}i} \, .$$

1. Scrivere z in forma trigonometrica.
2. Calcolare z^3 e scrivere il numero complesso così ottenuto in forma algebrica.

---

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 4y''(x) - y(x) = 4x^2 \, , \\ y(0) = 1 \, , \qquad y'(0) = 0 \, . \end{cases}$$

1. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema.
2. Calcolare
$$\lim_{x \to 0} \frac{y(x) - 1}{x^2} \, .$$

---

3. Si consideri la funzione $f(x, y) = x^2 y - 2x \log y$.
1. Determinare il campo di esistenza di f .
2. Determinare gli estremanti di f .

---

4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{se } x \geq 0, \\ \dfrac{\cos(2x) - \cos(3x)}{x} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua in $\mathbb{R}$.
2. Stabilire se f è derivabile in $\mathbb{R}$.

---

5. Determinare la primitiva di

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x-1}}{\mathrm{e}^{2x} - 4}$$

che vale 2 in $x = \frac{\log 5}{2}$.

---

6. Fornire un esempio di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ <u>limitata</u>, tale che non esista $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

Tempo: 3 ore