CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3) ☐ ANALISI I (h. 2.30) ☐ Appello del 13 Giugno 2011	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.
Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^3 + \log(1+x^2)}{x^2-1},$$

determinare l'insieme di definizione D, i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

2. Si consideri il numero complesso $z = \frac{-1+3\sqrt{3}i}{2+i\sqrt{3}}$.
a) Esprimerlo in forma trigonometrica o esponenziale.
b) Calcolare z^{32} .

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -\dfrac{2y^4(x)}{3\sqrt{1-x^2}}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

---

4. Calcolare, al variare del parametro reale α ,

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log\left(1+\frac{5}{n^{\alpha^2+2}}\right) + \sin\frac{3}{n^2}}{n^{\alpha-3}}.$$

---

5. Fornire l'espressione analitica di una funzione continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ che abbia una cuspide in $x = 1$ ed un punto angoloso in $x = 0$.

---

6. Data $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x,y) = \frac{y^3}{3} + \frac{xy^2}{2} + \frac{y^2}{2} + xy,$$

stabilire la natura dei punti critici.

CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3) ☐ ANALISI I (h. 2.30) ☐ Appello del 13 Giugno 2011	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.
Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x^5 + \log(1+x^4)}{x^4 - 4},$$

determinare l'insieme di definizione D, i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

2. Si consideri il numero complesso $z = \frac{4\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+3i}$.

a) Esprimerlo in forma trigonometrica o esponenziale.

b) Calcolare z^{24}.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{y^2(x)}{\sqrt{1-x^2}}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

---

4. Calcolare, al variare del parametro reale α,

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n^{\alpha^2+1}}\right) - \log\left(1+\frac{2}{n}\right)}{n^{2-\alpha}}.$$

---

5. Fornire l'espressione analitica di una funzione continua $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ che abbia un punto di flesso a tangente verticale in $x=0$ ed un punto di flesso a tangente orizzontale in $x=2$.

---

6. Data $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x,y) = \frac{y^3}{3} + \frac{xy^2}{2} + \frac{y^2}{2} + xy,$$

stabilire la natura dei punti critici.