A N A L I S I / A 13 dicembre 2002	cognome e nome	matricola

E1. Sia data la funzione

$$f(x) = x - \sqrt{|x^2 + 2x|}\ .$$

1.1* Determinare campo di esistenza, limiti alla frontiera, evenutali asintoti.

1.2 Studiare continuità e derivabilità, monotonia, concavità e convessità. Tracciare il grafico di f.

E2. Sia data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^x \log\left(1 + \frac{1}{n}\right)\ .$$

2.1* Studiare il carattere della serie proposta per $x = 1$.

2.2 Studiare il carattere della serie proposta per $x \in \mathbb{R}$.

E3*. Calcolare

$$\iint_E x e^{x-y}\, dx\, dy\ ,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2\ :\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le x\}$.

E4. Calcolare, se esiste, il seguente

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{3x^2 + y}{x^2 + |y|}\ .$$

D1. Sia $P_0 = (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ ed $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile in P_0.

1.1* Enunciare la condizione necessaria affinché P_0 sia punto di massimo locale per f in $\mathbb{R}^2$.

1.2 Dimostrare il precedente teorema. Chiarire con un esempio che la condizione precedente non è sufficiente.

D2.

2.1* Scrivere la definizione di limite per una successione infinitesima.

2.2 Fornire un esempio di una successione infinitesima di ordine superiore a $\sin\left(\tan\frac{1}{n}\right)$.

Tempo: 3 ore . Per superare l'esame è necessario svolgere almeno gli esercizi e le domande contrassegnate da asterisco.

A N A L I S I / B 13 dicembre 2002	cognome e nome	matricola

E1. Sia data la funzione

$$f(x) = x - 2 - \sqrt{|x^2 - 2x|}\ .$$

1.1* Determinare campo di esistenza, limiti alla frontiera, evenutali asintoti.

1.2 Studiare continuità e derivabilità, monotonia, concavità e convessità. Tracciare il grafico di f.

E2. Sia data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^x} \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\ .$$

2.1* Studiare il carattere della serie proposta per $x = 1$.

2.2 Studiare il carattere della serie proposta per $x \in \mathbb{R}$.

E3*. Calcolare

$$\iint_E y e^{x+y}\ dx\ dy\ ,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2\ :\ 0 \le y \le 1,\ 0 \le x \le y\}$.

E4. Calcolare, se esiste, il seguente

$$\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x^4 + |y - 1|^3}{4x^4 + (y - 1)^3}\ .$$

D1. Sia $P_0 = (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ ed $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile in P_0.

1.1* Enunciare la condizione necessaria affinché P_0 sia punto di minimo locale per f in $\mathbb{R}^2$.

1.2 Dimostrare il precedente teorema. Chiarire con un esempio che la condizione precedente non è sufficiente.

D2.

2.1* Scrivere la definizione di limite per una successione infinita.

2.2 Fornire un esempio di una successione infinita di ordine superiore a $\log(n^2)$.

Tempo: 3 ore . Per superare l'esame è necessario svolgere almeno gli esercizi e le domande contrassegnate da asterisco.

A N A L I S I / C 13 dicembre 2002	cognome e nome	matricola

E1. Sia data la funzione

$$f(x) = x + 2 - \sqrt{|x^2 + 2x|}\ .$$

1.1* Determinare campo di esistenza, limiti alla frontiera, evenutali asintoti.

1.2 Studiare continuità e derivabilità, monotonia, concavità e convessità. Tracciare il grafico di f.

E2. Sia data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^x}(\mathrm{e}^{1/n} - 1)\ .$$

2.1* Studiare il carattere della serie proposta per $x = 1$.

2.2 Studiare il carattere della serie proposta per $x \in \mathbb{R}$.

E3*. Calcolare

$$\iint_E x\mathrm{e}^{x+y}\ dx\ dy\ ,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2\ :\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le x\}$.

E4. Calcolare, se esiste, il seguente

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{(x-1)^3 + 2y^2}{|x-1|^3 + y^2}\ .$$

D1. Sia $P_0 = (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ ed $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile in P_0.

1.1* Enunciare la condizione necessaria affinché P_0 sia punto di minimo locale per f in $\mathbb{R}^2$.

1.2 Dimostrare il precedente teorema. Chiarire con un esempio che la condizione precedente non è sufficiente.

D2.

2.1* Scrivere la definizione di limite per una successione infinita.

2.2 Fornire un esempio di una successione infinita di ordine superiore a $\mathrm{e}^{\log n}$.

Tempo: 3 ore . Per superare l'esame è necessario svolgere almeno gli esercizi e le domande contrassegnate da asterisco.

A N A L I S I / D 13 dicembre 2002	cognome e nome	matricola

E1. Sia data la funzione

$$f(x) = -x + \sqrt{|x^2 + 2x|} \ .$$

1.1* Determinare campo di esistenza, limiti alla frontiera, evenutali asintoti.

1.2 Studiare continuità e derivabilità, monotonia, concavità e convessità. Tracciare il grafico di f.

E2. Sia data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^x \arctan\left(\frac{1}{n}\right) \ .$$

2.1* Studiare il carattere della serie proposta per $x = 1$.

2.2 Studiare il carattere della serie proposta per $x \in \mathbb{R}$.

E3*. Calcolare

$$\iint_E y e^{y-x} \, dx \, dy \ ,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 \le y \le 1, \ 0 \le x \le y\}$.

E4. Calcolare, se esiste, il seguente

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{|x| + y^3}{x + 2y^3} \ .$$

D1. Sia $P_0 = (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ ed $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile in P_0.

1.1* Enunciare la condizione necessaria affinché P_0 sia punto di massimo locale per f in $\mathbb{R}^2$.

1.2 Dimostrare il precedente teorema. Chiarire con un esempio che la condizione precedente non è sufficiente.

D2.

2.1* Scrivere la definizione di limite per una successione infinitesima.

2.2 Fornire un esempio di una successione infinitesima di ordine superiore a $\tan\left(\arcsin \frac{1}{n}\right)$.

Tempo: 3 ore . Per superare l'esame è necessario svolgere almeno gli esercizi e le domande contrassegnate da asterisco.