

1. Sia data

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \exp\left(-\frac{1}{|x|}\right).$$

Determinare campo di esistenza, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, monotonia e stabilire la natura del punto $x = 0$. Disegnare un grafico qualitativo di f , nell'ipotesi che il numero di flessi sia minimo.

Fino a punti 10

2. Determinare, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha 3^n}{n!}.$$

Fino a punti 8

3. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x-3)^2 - (x-3)^2}{(x-3)^4} & \text{se } x < 3; \\ \frac{\log(1+x)}{x} & \text{se } x \geq 3, \end{cases}$$

è continua in $x = 3$. In caso contrario, classificare il tipo di discontinuità.

Fino a punti 8

4. Calcolare

$$\int_e^{e^e} \frac{\log(\log x)}{x \log x} dx.$$

Fino a punti 7

Tempo:
3 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale