A N A L I S I - II modulo/ A 15 Luglio 2004	cognome e nome matricola

E1.

- Risolvere, per ogni $n \in I\!N$ il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n'(x) = \dfrac{n}{y_n(x)} \\ y_n(0) = 1 \ . \end{cases}$$

- Determinare, per ogni $n \in I\!N$, l'intervallo aperto massimale di definizione della soluzione.
- Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{y_n(1)}{\sqrt{n}} \ .$$

E2. Si consideri, al variare del parametro reale α, il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^\alpha}{1 + x^2 + (1-\alpha)\log(1+x)} \ dx \ .$$

- Stabilire se l'integrale esiste finito per $\alpha = 1$.
- Stabilire per quali altri valori di α l'integrale proposto esiste finito.

E3. Sia data la funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$ definita da $f(x,y) = x\mathrm{e}^{x+y}$ e sia T il triangolo di vertici $O = (0,0)$, $A = (1,0)$ e $B = (0,2)$.

- Determinare eventuale massimi e minimi relativi di f in $I\!R^2$.
- Determinare eventuali massimi e minimi assoluti di f in T, giustificando la risposta.

D1. Sia $f : I\!R^2 \to I\!R$ una funzione differenziabile. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è vera:

(a) $f \in \mathcal{C}^1(I\!R^2)$;
(b) f è continua su $I\!R^2$;
(c) f non ammette le derivate parziali nel punto $(1,0)$;
(d) f è limitata in $I\!R^2$.

D2. Fornire un esempio di una funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$ che non ammetta la derivata parziale rispetto ad y nel punto $(0,1)$.

Tempo: 2.30 ore

A N A L I S I - II modulo/ B 15 Luglio 2004	cognome e nome matricola

E1.

- Risolvere, per ogni $n \in I\!N$ il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n'(x) = n y_n^2(x) \\ y_n(0) = -1/2 \ . \end{cases}$$

- Determinare, per ogni $n \in I\!N$, l'intervallo aperto massimale di definizione della soluzione.
- Calcolare

$$\lim_{n \to +\infty} n y_n(1/2) \ .$$

E2. Si consideri, al variare del parametro reale α, il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^2}{1 + x^{2\alpha+3} + \alpha \log x^2} \, dx \ .$$

- Stabilire se l'integrale esiste finito per $\alpha = 0$.
- Stabilire per quali altri valori di α l'integrale proposto esiste finito.

E3. Sia data la funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$ definita da $f(x, y) = y\mathrm{e}^{xy}$ e sia T il triangolo di vertici $O = (0, 0)$, $A = (1, 0)$ e $B = (1, 2)$.

- Determinare eventuale massimi e minimi relativi di f in $I\!R^2$.
- Determinare eventuali massimi e minimi assoluti di f in T, giustificando la risposta.

D1. Sia $f : I\!R^2 \to I\!R$ una funzione differenziabile. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è vera:

(a) f è discontinua nell'origine;
(b) f non ammette derivate direzionali nel punto $(2, -1)$;
(c) f ammette le derivate parziali in ogni punto di $I\!R^2$;
(d) $f \in \mathcal{C}^1(I\!R^2)$.

D2. Fornire un esempio di una funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$ che non ammetta la derivata parziale rispetto ad x nel punto $(2, 0)$.

Tempo: 2.30 ore