

1. Sia data

$$F(x) = \begin{cases} \int_1^x \frac{\log t}{te^t} dt & \text{se } x > 0; \\ |x^2 - 4| - 4 & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Determinare segno, limiti alla frontiera, monotonia, concavità e convessità di F e tracciarne il grafico qualitativo. Stabilire inoltre la natura dei punti $x = 0$ e $x = -2$.

Fino a punti 10

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n}{n^3 (7^{\alpha+2})^n}$$

converge.

Fino a punti 8

3. Calcolare

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos^2 x}{\cotan x} dx .$$

Fino a punti 7

4. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{|x-1|^{3/2} y^2}{x^2 - 2x + y^4 + 1} .$$

Fino a punti 8

Tempo:
3 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale

1. Sia data

$$F(x) = \begin{cases} -\int_{-1}^x \frac{e^t \log|t|}{t} dt & \text{se } x < 0; \\ -|x^2 - 9| + 9 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Determinare segno, limiti alla frontiera, monotonia, concavità e convessità di F e tracciarne il grafico qualitativo. Stabilire inoltre la natura dei punti $x = 0$ e $x = 3$.

Fino a punti 10

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(4^{\alpha+2})^n}{2n^2 7^n}$$

converge.

Fino a punti 8

3. Calcolare

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cos^4 x}{\cotan^3 x} dx .$$

Fino a punti 7

4. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{|x|^{5/2} |y-1|}{x^4 - 2y + y^2 + 1} .$$

Fino a punti 8

Tempo:
3 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale

1. Sia data

$$F(x) = \begin{cases} |x^2 - 9| - 9 & \text{se } x \geq 0; \\ \int_{-1}^x \frac{e^t \log |t|}{t} dt & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Determinare segno, limiti alla frontiera, monotonia, concavità e convessità di F e tracciarne il grafico qualitativo. Stabilire inoltre la natura dei punti $x = 0$ e $x = 3$.

Fino a punti 10

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(6^{\alpha-1})^n}{n^2 3^n}$$

converge.

Fino a punti 8

3. Calcolare

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cotan^4 x}{\cos^3 x} dx .$$

Fino a punti 7

4. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{|x|^{7/2} |y - 2|}{x^6 - 4y + y^2 + 4} .$$

Fino a punti 8

Tempo:
3 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale

1. Sia data

$$F(x) = \begin{cases} -|x^2 - 4| + 4 & \text{se } x \leq 0; \\ -\int_1^x \frac{\log t}{te^t} dt & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Determinare segno, limiti alla frontiera, monotonia, concavità e convessità di F e tracciarne il grafico qualitativo. Stabilire inoltre la natura dei punti $x = 0$ e $x = -2$.

Fino a punti 10

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{3n^3 (3^{\alpha-1})^n}$$

converge.

Fino a punti 8

3. Calcolare

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cotan^2 x}{\cos x} dx .$$

Fino a punti 7

4. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{|x - 2|^{5/4} |y|^3}{x^2 - 4x + y^6 + 4} .$$

Fino a punti 8

Tempo:
3 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale