

1. Sia data

$$f(x) = \frac{e^x \sqrt[3]{e^x - 1}}{e^x - e} .$$

Determinare campo di esistenza, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, monotonia e tracciare un grafico qualitativo di f nell'ipotesi in cui il numero di flessi sia minimo. Studiare la natura del punto $x = 0$.

Fino a punti 10

2. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione complessa

$$|z|^2 - z|z| + z = 0 .$$

Fino a punti 7

3. Calcolare la lunghezza della curva

$$\gamma = \begin{cases} x(t) = \int_0^t e^{2s} (e^s \sin s^2 + \cos s^2) ds \\ y(t) = \int_0^t e^{2s} (e^s \cos s^2 - \sin s^2) ds \end{cases} \quad t \in [0, 1] .$$

Fino a punti 8

4. Calcolare il

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{2n}}{(\log n)^{n/2}} .$$

Fino a punti 8

Tempo:
3 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale

1. Sia data

$$f(x) = \frac{e^x \sqrt[3]{e - e^x}}{e^x - e^2} .$$

Determinare campo di esistenza, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, monotonia e tracciare un grafico qualitativo di f nell'ipotesi in cui il numero di flessi sia minimo. Studiare la natura del punto $x = 1$.

Fino a punti 10

2. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione complessa

$$|z|^2 + z|z| - z = 0 .$$

Fino a punti 7

3. Calcolare la lunghezza della curva

$$\gamma = \begin{cases} x(t) = \int_0^t e^s (-e^{s/2} \cos s^2 + \sin s^2) ds \\ y(t) = \int_0^t e^s (e^{s/2} \sin s^2 + \cos s^2) ds \end{cases} \quad t \in [0, 1] .$$

Fino a punti 8

4. Calcolare il

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\log n)^{2n}}{n^{n/2}} .$$

Fino a punti 8

Tempo:
3 ore

spazio riservato
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale