ANALISI I (h. 2.30) Appello del **20 Marzo 2018**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE

1. Stabilire, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2x^2 - x^4)^n}{8^n n \log(n+1)}.$$

---

2. Calcolare

$$\int_{e^{\pi/4}}^{e^{\pi/2}} \frac{\cos(\log t)}{t \sin^3(\log t)}\, dt\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = 4e^{2x}\,, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

---

4. Sia data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \left|e^{-1/x^2} - e^{-4}\right| + 2x & \text{per } x \neq 0; \\ e^{-4} & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

1) Determinare punti di punti di continuità di f e stabilire la natura degli eventuali pti di discontinuità.

2) Determinare punti di punti di derivabilità di f e stabilire la natura degli eventuali pti di non derivabilità.

5.

1. Scrivere la definizione di funzione derivabile in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$.
2. Fornire un esempio di una funzione che abbia un punto angoloso in $x_0 = 2$.
3. Fornire un esempio di una funzione che abbia un punto di cuspide o un punto di flesso a tangente verticale in $x_0 = 0$.
4. Giustificando la risposta, stabilire se la seguente affermazione

   una funzione derivabile in x_0 non può presentare un salto nel punto x_0

   è corretta.
5. **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ una funzione assegnata tale che

   $$\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - 3x}{x^2} = 2\,.$$

   Determinare il suo sviluppo di Mc Laurin al secondo ordine.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **20 Marzo 2018**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE

1. Stabilire, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x^2 - x^4)^n}{2^n (n+1) \log n}.$$

---

2. Calcolare

$$\int_1^{e^{\pi/4}} \frac{\sin(\log t)}{t \cos^4(\log t)} \, dt \, .$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = 6e^{3x} \, , \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

---

4. Sia data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \left| e^{-1/x^2} - e^{-1/4} \right| + 3x & \text{per } x \neq 0; \\ e^{-1/4} & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

1) Determinare punti di punti di continuità di f e stabilire la natura degli eventuali pti di discontinuità.

2) Determinare punti di punti di derivabilità di f e stabilire la natura degli eventuali pti di non derivabilità.

5.

1. Scrivere la definizione di funzione derivabile in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$.
2. Fornire un esempio di una funzione che abbia un punto angoloso in $x_0 = 2$.
3. Fornire un esempio di una funzione che abbia un punto di cuspide o un punto di flesso a tangente verticale in $x_0 = 0$.
4. Giustificando la risposta, stabilire se la seguente affermazione

   una funzione derivabile in x_0 non può presentare un salto nel punto x_0

   è corretta.
5. **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ una funzione assegnata tale che

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) + 1 - 4x}{4x^2} = 1 \, .$$

Determinare il suo sviluppo di Mc Laurin al secondo ordine.