

1. Sia data

$$F(x) = \int_0^x \frac{\log(1+t)}{\sqrt{|t-1|}} dt .$$

Determinare campo di esistenza, segno, comportamento alla frontiera, eventuali asintoti, monotonia e tracciare un grafico qualitativo di  $f$  nell'ipotesi in cui il numero di flessi sia minimo. Studiare la natura del punto  $x = 1$ .

**Fino a punti 10**

2. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1}{2\cotan x + 3 \sin x} dx .$$

**Fino a punti 7**

3. Calcolare, al variare del parametro reale  $\alpha$ ,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (3,1)} \frac{x[(x-3)^2 + (y-1)^2]^{\alpha/2}}{x^2 + y^2 - 6x - 2y + 10} .$$

**Fino a punti 8**

4. Determinare per quali valori di  $\alpha > 0$  la retta tangente alla curva

$$\gamma = \{x = \arctan [\sqrt{3}(y+1)^{\alpha+1}] : y \in [-1, 1]\}$$

nel punto  $P_0 = (\pi/3, 0)$  è parallela alla retta  $\frac{\sqrt{3}}{4}y = x$ .

**Fino a punti 8**

**Tempo:**  
**3 ore**

spazio riservato  
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale

1. Sia data

$$F(x) = - \int_1^x \frac{\log t}{\sqrt{|t-2|}} dt .$$

Determinare campo di esistenza, segno, comportamento alla frontiera, eventuali asintoti, monotonia e tracciare un grafico qualitativo di  $f$  nell'ipotesi in cui il numero di flessi sia minimo. Studiare la natura del punto  $x = 2$ .

**Fino a punti 10**

2. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1}{\cotan x + \sin x} dx .$$

**Fino a punti 7**

3. Calcolare, al variare del parametro reale  $\alpha$ ,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{y[(x-1)^2 + (y-2)^2]^{\alpha/2}}{x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5} .$$

**Fino a punti 8**

4. Determinare per quali valori di  $\alpha > 0$  la retta tangente alla curva

$$\gamma = \{x = \arctan(y+1)^\alpha : y \in [-1, 1]\}$$

nel punto  $P_0 = (\pi/4, 0)$  è parallela alla retta  $y = x$ .

**Fino a punti 8**

**Tempo:**  
3 ore

spazio riservato  
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale