ANALISI I (h. 2.30)

Appello straordinario del

22 Ottobre 2015

TEMA

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

VALUTAZIONE

1. Determinare le soluzioni dell'equazione

$$z^2 + \sqrt{2}z + 1 = 0$$

e rappresentarle in forma trigonometrica.

2. Determinare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[\log (e^{-n} + 1)\right]^{\alpha^2}}{\left[\sin (e^{-n})\right]^{2\alpha - 1}}.$$

3. Calcolare

$$\int \sin(\log x) \, dx \, .$$

4. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 1.$$

Stabilire se esistono eventuali soluzioni che hanno limite finito per $x \to +\infty$.

5. Siano $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ due funzioni tali che, per $x\to 0$, $f(x)=x^2+x^4+o(x^4)$ e $g(x)=x+o(x^3)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

A)
$$f(x) + g(x) \sim x$$
 per $x \to 0$;

B)
$$f(x) - [g(x)]^2 = x^4 + o(x^4)$$
 per $x \to 0$;

C)
$$f(x) + f(x^3) - g(x^2) - g(x^4) \sim x^6$$
 per $x \to 0$;

D)
$$\frac{f(\sqrt{x}) - g(x) - g(x^2)}{x^3} \to 0 \text{ per } x \to 0^+.$$