

appello del 23 marzo 2006

1. Si consideri, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{(x - \alpha)^{6/5}}.$$

- (1) Stabilire se tale integrale è finito per  $\alpha < 0$ .  
(2) Stabilire se tale integrale è finito per  $\alpha = 0$ .  
(3) Stabilire se tale integrale è finito per  $\alpha > 0$ .

- 
2. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{6y^2(x) + 6}{x^2 - 5x + 4}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

- 
3. Studiare la natura dei punti critici della funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = \sin x + \sin y + \cos(x + y),$$

nell'insieme  $0 \leq x \leq \pi$ ,  $0 \leq y \leq \pi$ .

- 
4. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{(x-1)^3 + (x-1)^2 + (y-2)^2}{x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5}.$$

**Tempo:**  
**2 ore**

