ANALISI 1 - I modulo/A	cognome e nome (stampatello)	matricola
23 giugno 2008		

E1. Stabilire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\sin \frac{1}{n}\right)^{\alpha} \left(\tan \frac{1}{\log n}\right)^{\alpha+1} .$$

E2. Si consideri la funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{3x^2+1}{2x} .$$

Determinare il dominio D, i limiti alla frontiera e gli evenutali asintoti di f.

E3. Calcolare i numeri complessi dati dall'espressione

$$\sqrt[3]{\frac{5+i}{4+6i}} ,$$

esprimendo il risultato in forma trigonometrica.

D1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $f''(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte:

a) f ha almeno un punto di minimo assoluto in $\mathbb{R}$;
b) f può non avere estremanti in $\mathbb{R}$;
c) f non può avere punti di massimo in $\mathbb{R}$;
d) $f(x) \to 0$ per $x \to +\infty$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

ANALISI 1 - I modulo/B 23 giugno 2008	cognome e nome (stampatello) matricola

E1. Stabilire, al variare del parametro $\alpha \in I\!R$, il carattere della serie:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \left[\log\left(1+\frac{1}{\log n}\right)\right]^{\alpha} \left(\arctan\frac{1}{n}\right)^{\alpha-1} .$$

E2. Si consideri la funzione $f : D \to I\!R$ definita da

$$f(x) = \log\left(1+\frac{1}{x-1}\right) + \frac{x^2+x}{x-1} .$$

Determinare il dominio D, i limiti alla frontiera e gli evenutali asintoti di f.

E3. Calcolare i numeri complessi dati dall'espressione

$$\sqrt[4]{\frac{4+2i}{3-i}} ,$$

esprimendo il risultato in forma trigonometrica.

D1. Sia $f : I\!R \to I\!R$ una funzione di classe $\mathcal{C}^2(I\!R)$ tale che $f''(x) < 0$ per ogni $x \in I\!R$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte:

a) f può non avere estremanti in $I\!R$;
b) f è monotona;
c) f' è strettamente decrescente in $I\!R$;
d) f ha almeno un punto di massimo assoluto in $I\!R$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore