A N A L I S I - II modulo/ A 24 Marzo 2004	cognome e nome matricola

E1.

- Risolvere, per ogni $x < 0$ ed al variare del parametro reale λ, il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{y(x)+1}{x^3} \ , \\ y(-1) = \lambda \ . \end{cases}$$

- Determinare gli eventuali valori di λ per cui la soluzione $y(x)$ verifichi la condizione

$$\lim_{x \to -\infty} y(x) = 2 \ .$$

E2. Sia data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x+y)^3}{\sqrt{x^2+y^2}} + e^x & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \ , \\ 1 & \text{se } (x,y) = (0,0) \ . \end{cases}$$

- Stabilire se f è continua nel punto $(0,0)$.
- Calcolare le derivate parziali di f in $(0,0)$.
- Stabilire se f è differenziabile nel punto $(0,0)$.

E3. Calcolare

$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{\log x}{x(\log^2 x + 2\log x - 3)} \ dx \ .$$

D1. Data

$$F(x) = \int_1^x t^2 f(t) \ dt$$

e sapendo che $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, dimostrare che F è una funzione crescente in $\mathbb{R}$.

D2. Data $f(x,y) = x^2 + y^4 + e^x - x$, stabilire se sono soddisfatte le condizioni necessarie al primo ed al secondo ordine, affinché $(0,0)$ sia punto di minimo per f.

Tempo: 3 ore

A N A L I S I - II modulo/ B 24 Marzo 2004	cognome e nome matricola

E1.

- Risolvere, per ogni $x > 0$ ed al variare del parametro reale λ, il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{y(x)-1}{x^3} \ , \\ y(1) = \lambda \ . \end{cases}$$

- Determinare gli eventuali valori di λ per cui la soluzione $y(x)$ verifichi la condizione

$$\lim_{x \to +\infty} y(x) = 3 \ .$$

E2. Sia data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x+3y)^3}{\sqrt{x^2+y^2}} + \log(1+y^2) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \ , \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \ . \end{cases}$$

- Stabilire se f è continua nel punto $(0,0)$.
- Calcolare le derivate parziali di f in $(0,0)$.
- Stabilire se f è differenziabile nel punto $(0,0)$.

E3. Calcolare

$$\int_0^{\log 2} \frac{e^x}{(e^{2x} - 2e^x - 3)} \, dx \ .$$

D1. Data

$$F(x) = \int_2^x e^t f'(t) \, dt$$

e sapendo che $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ e $f'(x) < 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, dimostrare che F è una funzione decrescente in $\mathbb{R}$.

D2. Data $f(x,y) = x^2 - 3y^2 + e^{2y} - 2y$, stabilire se sono soddisfatte le condizioni che garantiscono che $(0,0)$ sia punto di sella per f.

Tempo: 3 ore