

Analisi Matematica II ing. Energetica

M. Rosati

Prova del 12/02/2016

Cognome	Nome	Matricola	Firma

Esercizio 1

Si consideri la curva di equazioni parametriche $x = 2 + \sqrt{2}\cos t$, $y = 1 - \sin t$, $z = 3 + \sin t$.

Mostrare che è una curva regolare piana

Scrivere i vettori di tangente, normale principale e binormale.

Mostrare che il raggio e il centro di curvatura sono costanti (rispetto a t) e determinarne il rispettivo valore e le rispettive coordinate.

Esercizio 2

Calcolare il baricentro del solido omogeneo generato dalla rotazione completa attorno all'asse delle y del dominio del piano xy definito da $D = \{(x, y) / x \in [1, 2], 0 \leq y \leq \frac{1}{x}\}$.

Esercizio 3

Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$y' + \frac{1}{2x}y + x^2y^3 = 0, \quad y(1) = \frac{1}{2}$$

Esercizio 4

Verificare che l'equazione $2x + y^2 + 2\sin(xy + z) - 3 = 0$, in un intorno del punto soluzione $P_0 = (1, -1, 1)$, definisce implicitamente z come funzione di (x, y) .

Mostrare che tale funzione ha un punto stazionario in $(1, -1)$.

Esercizio 5

Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)\underline{i} + \left(y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)\underline{j} + \left(z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)\underline{k}$$

uscite dalla porzione della superficie conica $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ compresa tra i piani $z = 0$ e $z = 1$.

(Con i simboli \underline{i} , \underline{j} , \underline{k} sono indicati, come consuetudine, i vettori della base canonica.)

Esercizio 6

Mostrare che la funzione $f(x, y) = xye^{-(x^2+y^2)}$ è dotata in \mathbb{R}^2 di massimo e di minimo assoluti.

Calcolare i valori di tale massimo e di tale minimo.