

**PROGRAMMA DEFINITIVO DEL CORSO DI  
ANALISI MATEMATICA I**

Prof.ssa Micol AMAR

a.a. 2010/2011

**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e Automatica  
e Ingegneria dei Sistemi Informatici  
(canale A-K)**

**Introduzione.** Cenni sulla struttura dei numeri naturali, interi, razionali e reali. Insiemistica: operazioni sugli insiemi. Relazioni d'equivalenza e d'ordine. Insiemi limitati: estremo superiore ed inferiore, massimo e minimo. Cenno alla cardinalità. Il concetto di funzione: dominio, codominio, immagine, grafico, biiettività. Le funzioni di variabile reale: funzioni limitate, simmetriche, monotone, periodiche. Operazioni sui grafici. Funzioni elementari (segno, parte intera, impulso, valore assoluto, potenze reali, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche, funzioni iperboliche). Simbolo di sommatoria: somma della progressione geometrica. Fattoriale e coefficiente binomiale.

**Numeri complessi.** Introduzione dell'unità immaginaria. Forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale dei numeri complessi. Le 4 operazioni elementari. Potenze, radici, polinomi, esponenziali; equazioni in campo complesso. Cenni al teorema fondamentale dell'algebra.

**Successioni e serie numeriche.** Il concetto di limite e le sue proprietà: unicità del limite, successioni limitate. Aritmetizzazione della retta ampliata: algebra dei limiti. Casi di indecisione. Infinitesimi ed infiniti. La definizione di asintotico (formula di Stirling). Teoremi di confronto (confronto, permanenza del segno I e II, carabinieri e conseguenze). Successioni monotone: teorema di regolarità. Alcuni limiti notevoli. Il concetto di serie e le sue proprietà. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Serie a termini non negativi e teorema di regolarità. Criteri di convergenza: criterio del confronto e del confronto asintotico, del rapporto, della radice. Serie a termini di segno qualunque: assoluta convergenza e criterio di Leibniz.

**Limiti e continuità delle funzioni di una variabile.** La nozione di limite e sue proprietà. Definizione di continuità. Continuità e operazioni elementari. Punti di discontinuità. Asintoti. Teorema degli zeri, Teorema di Weierstrass, Teorema dei valori intermedi. La definizione di "o" piccolo. Funzioni composte e funzioni inverse. Funzioni trigonometriche inverse (arccoseno, arcoseno, arcotangente).

**Calcolo differenziale per funzioni di una variabile.** Il concetto di derivata e sue proprietà: derivabilità implica continuità. Derivate elementari. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Punti di non derivabilità. Caratterizzazione delle funzioni costanti su intervalli. Estremi locali e Teorema di Fermat. Teorema di Lagrange e Criterio di monotonia. Derivate di ordine superiore: concavità e convessità. Studio del grafico di una funzione di variabile reale. Teorema di De L'Hopital. Formula di Taylor (cenni alle serie di Taylor).

**Teoria dell'integrazione I.** Definizione dell'integrale di Riemann e sue proprietà. Significato geometrico. Teorema della media. Classi di funzioni integrabili e proprietà dell'integrale. Integrale indefinito: funzioni primitive e loro caratterizzazione. Il I<sup>o</sup> Teorema fondamentale del calcolo integrale. Alcuni metodi di integrazione (integrali elementari, decomposizione in somma, per parti, per sostituzione, funzioni razionali, funzioni trigonometriche, alcune funzioni irrazionali). La funzione integrale e il II<sup>o</sup> Teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrali di funzioni discontinue. Integrali impropri: criteri di convergenza al finito e all'infinito.

**Equazioni differenziali.** Equazioni a variabili separabili: teorema di esistenza e unicità in piccolo, procedura risolutiva. Equazioni lineari di ordine  $n$ : teorema di esistenza e unicità in grande. Lo spazio

vettoriale delle soluzioni dell'omogenea associata. Teorema di struttura delle soluzioni dell'equazione completa. Equazioni lineari del primo ordine: formula risolutiva e metodo della variazione delle costanti. Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti: equazione caratteristica e struttura delle soluzioni dell'equazione omogenea, metodo della variazione delle costanti, metodo di somiglianza e principio di sovrapposizione.

**Calcolo differenziale per funzioni di più variabili.** Nozione di limite e continuità. Derivate parziali e gradiente; derivate direzionali. Differenziabilità e piano tangente. Proprietà delle funzioni differenziabili: Teorema del differenziale totale. Le funzioni di classe  $C^1$  sono differenziabili. Differenziabilità della funzione composta. Derivate di ordine superiore e teorema di Schwarz. Matrice Hessiana e Laplaciano. Studio dei massimi e minimi liberi: condizione necessaria al primo ordine per l'estremalità, condizioni necessarie e condizioni sufficienti al secondo ordine per l'estremalità. Formula di Taylor al secondo ordine.

**Teoria dell'integrazione II.** Domini semplici e domini regolari. Integrali di funzioni continue di due e tre variabili variabili: proprietà dell'integrale, teorema di riduzione, integrazione per fili e per strati. Teorema di cambiamento di variabile: matrice Jacobiana. Principali trasformazioni di coordinate.

*Testi consigliati:* Bramanti-Pagani-Salsa: **Matematica: calcolo infinitesimale e algebra lineare**. Zanichelli ed.  
Amar-Bersani: **Esercizi di Analisi Matematica per i nuovi corsi di laurea**. Progetto Leonardo.