

Corso di Laurea in Ingegneria Energetica
Esercizi proposti di Analisi Matematica I - Settima Settimana
Derivabilità, invertibilità, studio di funzioni, calcolo di limiti mediante de
L'Hospital

- (1) Stabilire se le seguenti funzioni sono prolungabili con continuità in $x_0 = 0$ e se le funzioni così prolungate sono ivi derivabili:

(i) $f(x) = \frac{\sin(x^3 - x^2 + 8x^4)}{x + 3x^2}$

(ii) $f(x) = |x|^{\alpha-3} \cos\left(\frac{4}{x}\right)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (2) Studiare la derivabilità della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x) = x|x| + \sqrt[3]{|x-1|}.$$

- (3) Determinare gli intervalli di invertibilità della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x) = |2 \arctan(x^3 - x^2 + 7x) - \pi|.$$

- (4) Determinare il numero di soluzioni reali della seguente equazione:

$$\frac{x^9}{9} - 4x + 5\sqrt[4]{2} = 0.$$

- (5) Tracciare il grafico qualitativo (nell'ipotesi di numero minimo di flessi) delle seguenti funzioni:

(i) $f(x) = e^{x^3 - 2x^5}$

(ii) $f(x) = \log[(x+1)(4x^2+1)]$

(iii) $f(x) = \frac{x^2 + 7x + 13}{e^x}$.

- (6) Calcolare i seguenti limiti, utilizzando il teorema di de L'Hospital:

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} \log\left(\frac{x^4}{4x-3}\right)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6+6x+x^2-6e^{\sin x}}{x^2+x^4}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \sin\left(\frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}-1}\right)$.