

Esame di Analisi matematica II (ING. Energetica) 09/07/2015

Docente Prof M. Rosati

Cognome	Nome	Matricola	Firma

Esercizio 1

Calcolare l'integrale di superficie $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) d\sigma$ dove Σ è la porzione della superficie conica $z^2 = x^2 + y^2$ delimitata dai piani $z = 0$ e $z = 1$.

Esercizio 2

Trovare il centro di curvatura della curva piana di equazione polare $\rho = (1 + \cos\varphi)$, nel punto $(0, 1)$.

Esercizio 3

Si consideri la funzione $F(x, y) = \sqrt{|xy|}$. Trovare **tutte** le direzioni $\vec{v} = (\alpha, \beta)$ per le quali esiste la derivata direzionale $\frac{\partial}{\partial \vec{v}} F(0,0)$. Motivare la risposta.

Esercizio 4

Calcolare il volume V del solido generato dalla rotazione completa attorno all'asse y della regione del piano xy delimitata dal segmento $[0, \pi]$ dell'asse delle x e dal grafico della curva di equazione $y = \frac{\sin x}{x}$ relativa a tale intervallo.

Esercizio 5

E' data la forma differenziale lineare $\omega = \frac{x-y}{x^2+y^2} dx + \frac{x+y}{x^2+y^2} dy$.

- 1- Verificare se è chiusa nel suo insieme di definizione
- 2- Calcolare i due seguenti integrali di linea di seconda specie $\int_{+\Gamma_1} \omega$, $\oint_{+\Gamma_2} \omega$ dove
 $+\Gamma_1$ è la circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio 1 percorsa in verso antiorario
 $+\Gamma_2$ è l'ellisse di centro $(1,0)$ e semiassi : $\frac{1}{2}$ (sull'asse x), 1 (sull'asse y).
percorsa in verso antiorario.

Esercizio 6

Scrivere la serie di Fourier della funzione $f(x)$ periodica di periodo 2π , di tipo dispari, tale che

$$f(x) = \pi x - x^2, \forall x \in [0, \pi].$$