

**Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Energetica**  
**Foglio 1 - Numeri Complessi**

**Esercizio 1**

Determinare le soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  delle seguenti equazioni

(1)  $z^4 + z^2 + 1 = 0$

(2)  $2z + 4i = \bar{z}(1 + (\operatorname{Re}z)^2 - \operatorname{Im}z)$

(3)  $\left(\frac{z+1}{z-2}\right)^3 = -8$

(4)  $z + 1 + i = -\frac{3i+1}{z+i-1}$

(5)  $\left|e^{\left(\frac{i}{z}\right)}\right| = 1$

(6)  $iz = 3|z|^2\bar{z}$

(7)  $\frac{z^2 - |\bar{z}|^2}{z - \bar{z}} = 1$

(8)  $(\bar{z})^4 = |z|$

(9)  $iz^2 + (1+i)z + 1 = 0$

(10)  $|z|(3|z| - 2) - z^3 = 0$

(11)  $(z^3 + 3\sqrt{7})(z^3 - 3\sqrt{7}) = 1$

**Esercizio 2**

Determinare le soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  delle equazioni

(12)  $e^{-3} \left| e^{\left(\frac{z^2 - 2i\bar{z} + 1}{z\bar{z}}\right)} \right| = 1$

(13)  $\ln(5\operatorname{Re}(z^2)) + i\operatorname{Re}(z) = \ln(4|z|^2) + i(\operatorname{Im}(z))^2$

e rappresentarle nel piano complesso.

**Esercizio 3**

Sfruttando il fatto che  $z = \rho e^{i\vartheta}$ , determinare per quali  $\rho \geq 0$  e  $\vartheta \in \mathbb{R}$  risulta

$$\operatorname{Re}(z^2) - (\operatorname{Re}(z))^2 \geq 0$$