

Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Energetica
Foglio 6 - Serie numeriche

Esercizio 1

Studiare il carattere delle seguenti serie

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n!}}{(\sqrt{n})^n}$$

$$2) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3+\sin n}{n^2+2\sqrt{n}+\sin(\frac{1}{n})} n$$

$$3) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(e^{\frac{n^2+2n}{n^2+1}} - e \right)$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} e^{\sin n} \left(\sin \frac{1}{n} + \sin \left(\frac{1}{e^n} \right) \right)$$

$$5) \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left[- \left(1 - e^{2/n} \right)^2 + \frac{4}{n^2} \right]$$

Esercizio 2

Stabilire se le seguenti serie a termini di segno alterno convergono assolutamente e/o semplicemente

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+(-1)^n n}}{n^2}$$

$$2) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5n+(-1)^n n^2+\ln^4 n}{2n^3}$$

$$3) \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{1}{n} + \sin \left(\frac{\pi}{2} (2n + 1) \right) \right] \ln \left(\frac{n+2}{n+1} \right)$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\tan(n^2) e^{\ln^2 n}}{|\tan(n^2)|+n} \frac{1}{\sqrt{n!}}$$

Esercizio 3

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ studiare la convergenza delle seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sinh\left(\frac{1}{n^2}\right) - e^{-2 \ln n} + \left(\frac{\alpha}{n^2}\right)^3}{\frac{1}{5!n^5}}$$

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sin^2\left(\sqrt{1 - \frac{2}{n^3}} - 1\right)}{\left(\frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}{n^2}\right)^\alpha} \left[\ln\left(\frac{n^2 + 2}{n + 1}\right)\right]^{-1}$$

Esercizio 4

Al variare di $\alpha \geq 0$ studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} e^{(\alpha^2 - 1)n} \sin\left(\ln\left(\frac{e^{\alpha n} + 1}{e^{\alpha n}}\right)\right)$$

Esercizio 5

Al variare del parametro $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ studiare la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\ln(1 + e^{-\ln(1/a^2)}) - \ln a^2\right) \frac{3/2n^{-1}}{\left(e^{1/n^2} - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)}$$