

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA
ESEMPIO N. 4 di prova scritta di ANALISI MATEMATICA 2 - a.a. 2014/2015

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Determinare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione 2π -periodica definita da

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{2} & \text{se } x \in [0, \pi) \\ 0 & \text{se } x \in [\pi, 2\pi) \end{cases} .$$

Stabilire dove la serie converga semplicemente e totalmente e determinarne la somma.

2) Si calcoli l'area della superficie

$$S = \{z = \sqrt{9 - x^2 - y^2} \ ; \ x^2 + y^2 \leq 3\} .$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2) \log(x^2 + y^2) ,$$

a) calcolarne il limite per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$;

b) calcolarne il gradiente per $(x, y) \neq (0, 0)$;

c) **(FAC.)** qualora la funzione sia prolungabile per continuità in $(0, 0)$, calcolare le derivate parziali nell'origine della sua prolungata \tilde{f} .

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{x^2 + y^2 - 12xy}{(x^2 - y^2)^2} dx + \frac{6x^2 + 6y^2 - 2xy}{(x^2 - y^2)^2} dy ,$$

stabilire il suo insieme di definizione e dove sia esatta. Nel caso in cui sia esatta, determinarne la primitiva V tale che $V(0, 1) = 0$.

5) Si determini l'insieme di definizione della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{1 - y^2} + \arcsin\left(\frac{y}{x}\right)$$

e se ne determini la natura topologica.