CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA
ESEMPIO N. 5 di prova scritta di ANALISI MATEMATICA 2 - a.a. 2014/2015

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

COMPITO A

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{2x^4+y^4} & \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0) \end{cases}$$

a) stabilire se è continua in $(0,0)$;
b) stabilire se è differenziabile in $(0,0)$;
c) determinare le direzioni lungo le quali ammette derivata direzionale in $(0,0)$.

2) Calcolare la lunghezza della curva

$$\gamma : \begin{cases} x(t) = e^{2t} \\ y(t) = 2\sqrt{2}t \\ z(t) = e^{-2t} \end{cases}$$

dove $t \in [0, \log 2]$.

3) Data $f(x,y) = xy - \dfrac{1}{2}x$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo nel quadrato chiuso di estremi $(-1,-1)$, $(1,-1)$, $(1,1)$, $(-1,1)$.

4) Calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale

$$\omega(x,y,z) = (y+z)dx + (y-x)dy + (z-x)dz$$

lungo la spezzata che unisce in successione i punti $(0,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,1,1)$, $(1,1,1)$.

5) Calcolare il volume della parte di spazio compresa fra le superfici grafico dei paraboloidi di equazione $z = x^2 + y^2$ e $z = 2 - \dfrac{x^2+y^2}{2}$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA

ESEMPIO N. 5 di prova scritta di ANALISI MATEMATICA 2 - a.a. 2014/2015

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

COMPITO B

1) Data $f(x,y) = xy - \frac{1}{2}y$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo nel quadrato chiuso di estremi $(-1,-1)$, $(1,-1)$, $(1,1)$, $(-1,1)$.

2) Calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale

$$\omega(x,y,z) = (x-y)dx + (z+x)dy + (z-y)dz$$

lungo la spezzata che unisce in successione i punti $(0,0,0)$, $(0,0,1)$, $(1,0,1)$, $(1,1,1)$.

3) Calcolare il volume della parte di spazio compresa fra le superfici grafico dei paraboloidi di equazione $z = 2(x^2+y^2)$ e $z = 3-(x^2+y^2)$.

4) Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{x^4+2y^4} & \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{se} \quad (x,y) \neq (0,0) \end{cases}$$

a) stabilire se è continua in $(0,0)$;
b) stabilire se è differenziabile in $(0,0)$;
c) determinare le direzioni lungo le quali ammette derivata direzionale in $(0,0)$.

5) Calcolare la lunghezza della curva

$$\gamma : \begin{cases} x(t) = e^t \\ \\ y(t) = \sqrt{2}\, t \\ \\ z(t) = -e^{-t} \end{cases}$$

dove $t \in [0, \log 2]$.