

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

COMPITO A

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^6 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) stabilire se sia continua e differenziabile in $(0, 0)$ e se ivi ammetta derivate parziali e derivate direzionali;
- b) calcolare le derivate direzionali nel generico punto $(x, y) \neq (0, 0)$.

2) Data la funzione 2π - periodica tale che $f(x) = 1 - |x|$ in $[-\pi, \pi]$,

- a) determinarne la serie di Fourier e la somma della serie;
- b) stabilire dove la serie di Fourier converga semplicemente e totalmente.

3) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)} dx - \frac{2y}{(x^2 + y^2)} dy$$

- a) stabilire se sia chiusa ed esatta nel suo insieme di definizione
- b) calcolarne l'integrale curvilineo lungo la spezzata chiusa congiungente i punti $A = (1, 0)$, $B = (2, 0)$, $C = (2, 1)$, $D = (1, 1)$
- c) verificare il risultato del punto b) applicando il teorema della divergenza.

4) Determinare l'insieme di definizione e gli eventuali punti di massimo e minimo relativi della funzione

$$f(x, y) = \frac{xy^3}{1 + x^2 y^2} .$$

FAC.: la funzione ammette massimi e minimi assoluti? Perché?

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

COMPITO B

- 1) Data la funzione 2π - periodica tale che $f(x) = 1 + 2|x|$ in $[-\pi, \pi]$,
a) determinarne la serie di Fourier e la somma della serie;
b) stabilire dove la serie di Fourier converga semplicemente e totalmente.

- 2) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{2x}{(x^2 + y^2)} dx + \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)} dy$$

- a) stabilire se sia chiusa ed esatta nel suo insieme di definizione
b) calcolarne l'integrale curvilineo lungo la spezzata chiusa congiungente i punti $A = (0, 1)$, $B = (0, 2)$, $C = (1, 2)$, $D = (1, 1)$
c) verificare il risultato del punto b) applicando il teorema della divergenza.

- 3) Determinare l'insieme di definizione e gli eventuali punti di massimo e minimo relativi della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{1 + x^2 y^2}.$$

FAC.: la funzione ammette massimi e minimi assoluti? Perché?

- 4) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^6} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) stabilire se sia continua e differenziabile in $(0, 0)$ e se ivi ammetta derivate parziali e derivate direzionali;
b) calcolare le derivate direzionali nel generico punto $(x, y) \neq (0, 0)$.