

Tutoraggio Ingegneria Meccanica e Ingegneria energetica

Terzo foglio di esercizi

(1) Studiare il carattere delle seguenti serie

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^{2n}} \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\sqrt[4]{n}} \\ & \sum_{n=5}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n-4}} \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^{(n+1)^2}} \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n!}{\pi^n} \\ & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{\log n} \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^2} \\ & \sum_{n=1}^{\infty} (3n - \sqrt[3]{27n^3 - 3}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} (3n - \sqrt[3]{27n^3 - 2n}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{\sqrt{n}} \log \left(1 + \frac{x^2}{\sqrt{n}} \right) \quad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

(2) Studiare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{nx}}{(n!)^{\alpha}},$$

al variare di $\alpha, x \in \mathbb{R}$.

(3) Stabilire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere delle seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\sqrt[4]{1 + \frac{1}{n^{\alpha^2+4}}} - 1\right)^\alpha}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2\alpha}}{\left(\sqrt[6]{\sin \frac{1}{n}}\right)^{\alpha^2-1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\alpha-1}}{\left(\sqrt[10]{1 - \cos \frac{1}{n}}\right)^{\frac{\alpha^2}{2}}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{1 + \frac{1}{n^{\alpha^2}}} - 1\right)^{\alpha^2}}{n+5}.$$

(4) Trovare il raggio di convergenza delle seguenti serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^5 x^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} x^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} x^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} x^n.$$