Tutoraggio Ingegneria Meccanica e Ingegneria energetica

Ottavo foglio di esercizi

(1) Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{cases} (1+x^2)y'(x)+y^2(x)=0 \\ y(0)=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (1+x^2)y'(x)+y^2(x)=0 \\ y(0)=1. \end{cases}$$

(2) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x)+x\tan y(x)=0 \\ y(0)=\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

(3) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x)=\dfrac{x\,y(x)}{(x-1)^2} \\ y(2)=1. \end{cases}$$

(4) Risolvere i seguenti problemi di Cauchy lineari del primo ordine

$$\begin{cases} y'(x)+y(x)\cos x=e^{-\sin x} \\ y(\pi)=\pi. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'(x)-2y(x)=\frac{e^{3x}}{e^x+1} \\ y(0)=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'(x)+y(x)=\sin x+3\cos 2x \\ y(0)=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y'(x)=y(x)\sin x+\sin 2x \\ y(0)=-2. \end{cases}$$

(5) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'(x)-\frac{y(x)}{\sqrt{x}}=1.$$

Determinare poi le soluzioni $y(x)$ che soddisfano $\lim_{x\to+\infty} y(x)=-\infty$.

(6) Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 4y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} y''(x) + 9y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y''(x) - 8y'(x) + 15y(x) = 2e^{3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y'(x) - y(x) = xe^{x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(7) Utilizzando il metodo della variazione delle constanti determinare una soluzione particolare delle seguenti equazioni differenziali lineari non omogenee.

$$\begin{aligned} & xy''(x) - (1+x)y'(x) + y(x) = x^2 e^{2x} \\ & x^2 y''(x) - x(x+2)y'(x) + (x+2)y(x) = 2x^3 \\ & y''(x) - \frac{2}{x^2} y(x) = x. \end{aligned}$$

(8) Determinare gli integrali generali delle seguenti equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti

$$\begin{aligned} & y''(x) - 2y'(x) + y(x) = e^{-x} \\ & y''(x) + y'(x) - 2y(x) = xe^{x} \\ & y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 2e^{x} \cos 3x \\ & y''(x) + y'(x) - 2y(x) = x \cos x \\ & y''(x) - 2y'(x) + y(x) = x^2 e^{x} \\ & y''(x) + y'(x) - 2y(x) = e^{x} + x \\ & y''(x) + 2y'(x) + 3y(x) = 3e^{-x} \cos \sqrt{2}x \\ & y''(x) + 3y'(x) = x^2 + 1. \end{aligned}$$