

1. Alcune disuguaglianze e formule

1.1. -modulo.

- $|x| \geq 0$
- $x \neq 0$ se e solo se $|x| > 0$
- $|x| = |-x|$
- $-|x| \leq x \leq |x|$
- $|x| \leq a$ se e solo se $-a \leq x \leq a$ a reale positivo.
- $|x| < a$ se e solo se $-a < x < a$, a reale positivo.
- $|xy| = |x||y|$
- $|x + y| \leq |x| + |y|$
- $||x| - |y|| \leq |x - y|$

1.2. -logaritmi in base e. Per ogni $x, y \in \mathbb{R}^+$

- $e^{\log x} = x$.
- $\log xy = \log x + \log y$.
- $\log \frac{1}{x} = -\log x$.
- $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$.
- Per t reale, $\log x^t = t \log x$.
- Per ogni $x \neq 0$, $\log x^2 = 2 \log |x|$
- per ogni x, y con $xy > 0$,
 $\log xy = \log |x| + \log |y|$.

1.3. -trigonometria. Sia 2π la lunghezza della circonferenza di raggio 1. Al generico punto P viene associato $(\cos x, \sin x)$, con le proprietà :

- $|\cos x| \leq 1, \quad |\sin x| \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $\sin x = -\sin(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $\cos x = \cos(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$.
- $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$.
- $\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x-y}{2} \sin \frac{x+y}{2}$