

ISTITUZIONI DI MATEMATICA 1
11/02/2008

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

A. Determinare per quali valori del parametro a il seguente sistema risulta compatibile e per quei valori calcolare le soluzioni

$$\begin{cases} 3x + 2y - 5z = 0 \\ 2x + y - z = 2 \\ x + az = 7 \end{cases}$$

B. Studiare la funzione

$$f(x) = 5e^{\frac{x^2-1}{x}}$$

specificandone dominio; segno e zeri di f ; limiti agli estremi degli intervalli costituenti il dominio; asintoti; continuità, esistenza e calcolo delle derivata prima f' ; segno e zeri di f' ; intervalli di monotonia di f e punti stazionari; massimi e minimi relativi; grafico di f .

C. Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione seguente

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{3x} & x < 0 \\ a & x = 0 \\ x^b \sin\left(\frac{4}{x}\right) & x > 0 \end{cases}$$

sia continua nel suo insieme di definizione. Studiarne la derivabilità.

D. Data la funzione $y = |x^2 + 5x| - (x^2 + 3x)$ determinarne il grafico e le tangenti negli eventuali punti angolosi.

TEORIA.

Limiti. Teorema di unicità del limite.