

ISTITUZIONI DI MATEMATICA 1
21/02/2008

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

A. Determinare per quali valori del parametro a il seguente sistema risulta compatibile e per quei valori calcolare le soluzioni

$$\begin{cases} 4x - 2y + z = 2 \\ 8x - 4y + 2z = a \end{cases}$$

B. Data la funzione

$$f(x) = (x + \sqrt{1 + x^2})^{\frac{4}{3x}}$$

determinarne l'insieme di definizione.

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x + \sqrt{1 + x^2})^{\frac{4}{3x}}.$$

Determinare, se esiste, un valore di k che renda la funzione $g(x)$ continua in $(-1, 1)$

$$g(x) = \begin{cases} (x + \sqrt{1 + x^2})^{\frac{4}{3x}} & 0 < x < 1 \\ k & x = 0 \\ \frac{\cos(2x) - 1}{x^2} & -1 < x < 0 \end{cases}$$

C. Determinare $a, b, c \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione seguente

$$f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x < -3 \\ x^2 + 3x + b, & -3 \leq x \leq 0 \\ 3 \ln(x + 1) + c, & x > 0 \end{cases}$$

sia continua nel suo insieme di definizione. Studiarne la derivabilità.

D. Determinare le tangenti alla curva di equazione $x - \frac{y^2}{2} = 0$, uscenti dal punto $(-2, 3)$.

TEORIA. Continuità e derivabilità.