

1) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3y^2 - xy^2 - x$$

e precisarne la natura

2) Data la curva $\mathcal{S} : x = \cos t, y = \sin t, \quad 0 \leq t \leq \pi$, calcolare

$$\int_{\mathcal{S}} x^2 y dx - xy^2 dy$$

3) Calcolare

$$\int \int_D x^2 y dx dy$$

essendo D il dominio $x^2 \leq y \leq -x^2 + 2x$

4) Calcolare

$$\int_{+\mathcal{C}} \frac{1 - \cos z}{z^2 - z} dz$$

essendo \mathcal{C} la circonferenza del piano complesso di centro 0 e raggio 2.

5) Data la funzione $f(x, y) = e^x \cos y$ ed un dominio regolare D si dimostri che

$$\int_{+\mathcal{F}D} -f_y dx + f_x dy = 0$$

1) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = x^2 y^3 - y^3 - 3x^2 y + 3y$$

e precisarne la natura

2) Data la curva $\mathcal{S} : x = t^2, y = t^3, \quad 0 \leq t \leq 1$, calcolare

$$\int_{\mathcal{S}} \cos x \, dx + xy \, dy$$

3) Calcolare

$$\int \int_D |y - x| \, dx dy$$

essendo D il dominio $x^2 \leq y \leq 1$

4) Calcolare

$$\int_{+\mathcal{C}} \frac{e^z}{z^4 - 1} \, dz$$

essendo \mathcal{C} la circonferenza del piano complesso di centro 0 e raggio 2.

5) Calcolare divergenza e rotore di $V = \{xz, yx, zy\}$

1) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = \frac{5}{3}x^3 + \frac{5}{3}y^3 + (x + y)^2 - x - y$$

e precisarne la natura.

2) Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \sin 2x \, ds$$

dove γ e' l'arco della sinusoide $y = \sin x$ di estremi $(0, 0)$ e $(\pi/2, 1)$

3) Calcolare

$$\iint_D |x + y - 1| dx dy$$

essendo D il dominio definito da: $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$.

4) Calcolare

$$\iiint_T xyz \, dx dy dz$$

essendo T il solido definito da:

$$0 \leq z \leq xy, \quad 0 \leq y \leq 2x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

5) Data la funzione definita implicitamente da

$$f(x, y) = e^{x+y}(y - 1) + \cos x - 1 = 0$$

stabilire la natura del punto $P=(0,1)$.

1) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^4}{4} + y^3 + x^2y - y$$

e precisarne la natura.

2) Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} |x| ds$$

dove γ e' l'arco di parabola $y = x^2 + 1$ di estremi $(-1, 2)$ e $(1, 2)$.

3) Calcolare

$$\iint_D \sqrt{1 - (x^2 + y^2)} dx dy$$

essendo $D = \{x^2 + y^2 \leq 1/2, y \geq x\}$.

4) Calcolare

$$\iiint_S e^{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} dx dy dz$$

essendo S la semisfera definita da $\{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$. Si consiglia l'uso di coordinate sferiche.

5) Trovare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{3}(x^2 + 3y^2)$$

con la condizione $xy - 1 = 0$.

1) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^3}{3} + y^2x + x^2y - \frac{x^2}{2} - xy$$

e precisarne la natura.

2) Data la curva γ di equazioni parametriche $x(t) = t - \sin t$, $y(t) = 1 - \cos t$, $t \in [0, 2\pi]$, calcolare la lunghezza della curva.

3) Calcolare

$$\iint_T (x - 1) \cos y \, dx dy$$

essendo T il triangolo limitato dalle rette $y = x$, $y = 1$, $x = 2$.

4) Data la forma differenziale in R^2

$$\omega(x, y) = (2x \cos y - y^2 \sin x) dx + (2y \cos x - (x + a)^2 \sin y) dy$$

dire per quali valori di a la forma differenziale è esatta e calcolarne una primitiva.

5) Calcolare

$$\int_C \frac{e^{2z}}{z^2 + 1}$$

dove C è la circonferenza di centro l'origine e raggio 2.

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \log(x^2 - y^2)$$

determinare i massimi e minimi sulla circonferenza di centro $(2, 0)$ e raggio 1.

2) Data la curva γ di equazioni parametriche $x(t) = t - \sin t$, $y(t) = 1 - \cos 2t$, $t \in [0, \pi]$, calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\int_{\gamma} x \, dy.$$

3) Calcolare

$$\iint_D \frac{1}{y} \log x \, dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq e, \, x^{-3} \leq y \leq x^3\}$.

4) Dimostrare che la funzione

$$F(x, y) = x \log y + y^2 + \frac{x^2}{4} - x$$

definisce implicitamente in un intorno del punto $P=(2,1)$, una funzione $y=g(x)$ e stabilire la natura del punto $x=2$ per la funzione g .

5) Calcolare l'integrale

$$\int_S V \cdot n \, d\sigma$$

dove $V = (xz, y^3/3, zx^2)$, S e' la frontiera del cilindro $C = \{x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$ ed n e' la normale esterna.

1) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = (x^2 - 1) e^{-(x^2 + y^2)}$$

e precisarne la natura

2) Nel primo quadrante sia γ l'arco della circonferenza di centro $(1, 0)$ e raggio 1 compreso tra le rette $y = 0$ e $y = x$, e percorso in senso antiorario. Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{y}{x^2} ds.$$

3) Calcolare

$$\iint_D x |y| dx dy$$

dove D è il dominio limitato dalle iperboli $y = 1/x$ ed $y = -2/x$, per $1 \leq x \leq 2$.

4) Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$w = x e^y dx + \frac{1}{x} \log y dy$$

lungo l'arco della parabola $y = x^2$ compresa tra i punti $A \equiv (1, 1)$ e $B \equiv (2, 4)$.

5) Sia T il dominio piano contenuto nel primo quadrante limitato dalla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 1$ e l'ellisse di equazione $x^2 + y^2/4 = 1$. Calcolare

$$\int_T x dx dy$$

.

1) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = x^4y - 5x^2y + 4y - x^2$$

e precisarne la natura

2) Dato il settore S della corona circolare di centro l'origine e raggi 1 e 2 situato nel primo quadrante, calcolare

$$\iint_S x \log(x^2 + y^2) \, dx dy.$$

3) Calcolare l'integrale curvilineo della forma differenziale

$$x \cos y dx + e^{x^2} dy$$

lungo l'arco della parabola $y = x^2$ da $(0,0)$ a $(1,1)$.

4) Data l'equazione

$$F(x, y) = x^3 + y^3 e^x - yx - 1 = 0$$

controllare che esiste in un intorno di $(1,0)$ una funzione $y = f(x)$ definita implicitamente da $F(x, y) = 0$ e calcolare $f'(1)$ e $f''(1)$.

5) Nel rettangolo $R = [-2,0] \times [0,1]$ calcolare l'integrale doppio

$$\iint_R xy e^{x^2 - y^2} \, dx dy.$$