

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA "LA SAPIENZA"

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA (v.o.)

Corso di: SISTEMI DINAMICI gruppo mat 07
Docente: LO SCHIAVO Mauro ore lezioni: 90

Programma dettagliato

Parte I Equazioni Differenziali Ordinarie: Metodi Analitici

1 : *I termini del problema*

Definizioni generali. Definizioni caratteristiche dei modelli dinamici.

Esempi di non esistenza e non unicità dei flussi.

2 : *I teoremi fondamentali per le equazioni $\dot{x} = v(t, x)$, $x \in \mathbf{R}^n$.*

Enunciati dei teoremi generali. Il teorema delle contrazioni. Il teorema di Cauchy - Picard.

3 : *Esempi e casi notevoli*

Esempi di equazioni in \mathbf{R}^1 . Alcuni metodi di ricerca delle soluzioni particolari di un'equazione lineare di ordine n a coefficienti costanti. Risoluzione mediante l'uso delle serie di potenze. Le serie di Frobenius. Alcuni esempi di interesse fisico.

Parte II Equazioni Differenziali Ordinarie: Metodi Qualitativi

1 : *Lo spazio delle fasi.*

Proprietà caratteristiche dei sistemi autonomi. Le soluzioni periodiche. Diagrammi sul piano delle fasi. Trasformazione di coordinate e sistemi coniugati

2 : *Gli integrali primi.*

Sistemi conservativi. Il Teorema di rettificazione delle coordinate e gli integrali primi locali. Il Teorema di primo ritorno.

3 : *La discussione qualitativa*

Principali strutture geometriche dei flussi nel piano e nello spazio delle fasi. Discussione di alcuni sistemi conservativi e loro caratteristiche.

Parte III Sistemi di equazioni differenziali ordinarie lineari

1 : *Il procedimento di linearizzazione*

La linearizzazione; limiti della sua validità. Punti di equilibrio dei sistemi $\dot{x} = Ax$ con $x \in \mathbf{R}^2$. Esponenziale di un operatore e sue proprietà.

2 : *Sistemi lineari, a coefficienti costanti, in \mathbf{R}^n*

Formula risolvente per il caso n -dimensionale. Proprietà caratteristiche del caso di una sola equazione di ordine n

3 : *Sistemi lineari, a coefficienti variabili, in \mathbf{R}^n*

Struttura geometrica dello spazio delle soluzioni di un sistema differenziale lineare. Formula risolvente per un sistema differenziale lineare non autonomo

4 : *La teoria di Floquet*

Il teorema di Floquet per un sistema lineare a coefficienti periodici. Discussione del moto di un oscillatore di lunghezza variabile: l'altalena. Sistemi fortemente stabili

Parte IV Cenni di stabilità

1 : *La stabilità lineare*

Stabilità e dipendenza continua dal dato. Stabilità orbitale, alla Liapunov, uniforme, asintotica. Teoremi di stabilità lineare. Il primo teorema di Liapunov. Il teorema di persistenza delle selle. Applicazione, nella meccanica, del teorema di instabilità lineare

2 : *Il metodo diretto di Liapunov*

Esempi di non validità della linearizzazione. Funzioni di Liapunov per un sistema differenziale. Teorema di Dirichlet - Laplace - Liapunov. Teoremi di stabilità e di instabilità; loro applicazioni

Parte V Comportamento caotico dei Sistemi

1 : *La mappa quadratica*

Alcune proprietà ed esempi di sistemi discreti. La mappa $x \mapsto \mu x(1 - x)$ con $x \in \mathbf{R}^1$. La dinamica dello shift sulle successioni di simboli. Moti caotici.

2 : *Cenni di teoria delle biforcazioni*

Esempi di sistemi con punti di biforcazione. Descrizione dei più semplici diagrammi biforcativi. Le mappe di Poincaré.

3 : *“Classici” esempi di mappe caotiche*

Le mappe di Henon, di Smale, del rimbalzo libero, il gatto di Arnold. Attrattore di un sistema dinamico.

4 : *Cenni di flussi caotici*

La mappa di Poincaré e sua linearizzata nel caso delle omocline. La geometria delle omocline in dimensione due e tre. La generazione del caos derivante dalla rottura di orbite omocline

Parte VI Alcuni Metodi Perturbativi

1 : *Le espansioni asintotiche*

Notazione e proprietà dell'analisi asintotica. Il metodo perturbativo diretto e suoi limiti

2 : *Il pendolo fisico e l'equazione di Duffing*

Sviluppo della equazione del pendolo fisico. La correzione al periodo mediante la discussione qualitativa. Applicazione dei metodi: diretto, di media, di stiramento delle coordinate

3 : *Ancora sui metodi perturbativi*

Non uniformità dell'oscillatore lineare. Il metodo delle scale multiple. L'equazione di Lighthill. L'oscillatore armonico forzato.

Parte VI Alcuni Richiami

Proprietà delle norme negli spazi vettoriali. Operatori lineari. Forme quadratiche. Cambio di base. Autospazi generalizzati. Complessificazione e decomplessificazione di un operatore lineare reale.