

CALCOLO DELLE PROBABILITA' (II° Modulo)
(Prof. R.Scozzafava)

PROGRAMMA

Gli studenti degli aa.aa. precedenti l'a.a. 2005/06 - che non abbiano ancora sostenuto l'esame - possono scegliere fra il programma da loro seguito (riportato nelle due pagina seguenti) e quello attuale

- **1. Richiami di Calcolo delle probabilità I:** Eventi, eventi condizionati, probabilità, probabilità condizionata, teorema di Bayes. Indipendenza stocastica di eventi. Numeri aleatori discreti e continui, densità, funzione di ripartizione. Vettori aleatori. Previsione e varianza. Numeri aleatori indipendenti, correlazione, matrice di covarianza, esempi. Funzione caratteristica e trasformata di Fourier, esempi. Convoluzione. Teorema centrale.
- **2. Complementi di Calcolo delle probabilità I:** Principio di inclusione-esclusione. Disuguaglianze di Markov e Cebicev. Eventi e numeri aleatori scambiabili. Funzione generatrice di un vettore aleatorio discreto, esempi.
- **3. Integrale di Riemann-Stieltjes.** Il concetto generale di valore atteso. Trasformazioni fra vettori aleatori. Vettori gaussiani. Leggi dei grandi numeri. Vari tipi di convergenza di successioni di numeri aleatori. Cenni di teoria dell'informazione e teoremi di Shannon e Huffman. Questionari.
- **4. Processi stocastici (e dintorni):** Processi di "branching". Processo uniforme e statistiche d'ordine, processi di Poisson, processi gaussiani. Filtraggio.

Testi consigliati:

- per gli argomenti 1. e parte di 2., 4.:
R.Scozzafava - Incertezza e Probabilità - Zanichelli 2001
- per gli altri argomenti: **Appunti distribuiti dal docente**

Scopi e motivazione

Il ruolo del calcolo delle probabilità non è quello di elaborare le informazioni relative ad un dato problema nell'ambito della logica classica, né quello di assegnare in modo univoco "gradi di fiducia" ad eventi, ma piuttosto quello (apparentemente meno ambizioso) di "gestire" in modo coerente tali assegnazioni, basandosi su tutte le informazioni disponibili. Un tale processo richiede quindi, prima di tutto, il superamento delle barriere create dagli approcci usuali alla probabilità, basati su situazioni banalmente schematiche, che consentono solo valutazioni combinatorie o frequentiste.

In genere si dispone, relativamente ad un dato problema, di una base di conoscenze che consente di assegnare inizialmente dei "gradi di fiducia" agli eventi di interesse. Il modello "standard" statistico-probabilistico fa riferimento alla distribuzione congiunta di probabilità di un vettore aleatorio, che dovrebbe essere in grado di gestire qualunque aspetto del problema; tuttavia il ricorso a questa distribuzione diventa proibitivo quando il numero delle variabili cresce, così che di solito si introducono - per semplificare il problema - opportune ipotesi di indipendenza condizionata. Esse permettono di costruire i cosiddetti "belief network" (grafi orientati aciclici), usati per rappresentare le indipendenze fra le variabili (che sono individuate dai nodi del grafo, mentre il significato intuitivo di ogni arco che collega due nodi è quello di rappresentare una loro relazione diretta, quantificata mediante probabilità condizionate).

Si può prescindere da ogni ipotesi "ad hoc", affrontando il seguente problema generale, che chiaramente comprende quello sopra accennato. Data una famiglia arbitraria C di eventi condizionati (un evento condizionato può essere visto come concetto più "debole" rispetto ad una regola deterministica del tipo "if - then"), si assegna su C una opportuna funzione P (probabilità condizionata "coerente"). Il processo di inferenza statistica estende poi tale assegnazione ad altri eventi condizionati conservando la coerenza, eventualmente richiedendo anche opportune condizioni di indipendenza. La soluzione di questi problemi si basa su metodi di programmazione lineare, ed i relativi algoritmi si utilizzano anche in situazioni reali (per esempio, di diagnosi medica). Anche la logica "default" può essere trattata mediante un'opportuna probabilità condizionata coerente.

La parte iniziale del corso è dedicata allo studio di alcuni processi stocastici fondamentali.

Programma (sintesi)

Richiami e approfondimenti su probabilità di eventi e sui numeri aleatori.

Processi stocastici: processi markoviani, processo di Poisson, processo uniforme, processo di Bernoulli, processo di Wiener-Lévy. Processi stocastici parametrici.

Valutazioni di probabilità ammissibili per una famiglia arbitraria di eventi: il ruolo dei costituenti (o atomi) e della coerenza. Il problema dell'estensione. Il ruolo delle probabilità nulle.

Eventi condizionati ed assegnazioni coerenti di probabilità condizionate. Il teorema di caratterizzazione e gli zero-strati.

Algoritmi basati sulle probabilità nulle per la soluzione del problema della verifica della coerenza e dell'estensione di assegnazioni di probabilità condizionate (inferenza statistica).

Probabilità inferiori e superiori nel problema generale dell'inferenza.

La logica "default" in termini probabilistici. Regole di inferenza.

Indipendenza stocastica e zero-strati.

Testi consigliati:

- per i processi stocastici: *Cap.4 di R.Scozzafava - Incertezza e Probabilità - Zanichelli 2001*
- per gli altri argomenti: *Appunti distribuiti dal docente (tratti da G.Coletti and R.Scozzafava, Probabilistic Logic in a Coherent Setting, Trends in Logic n.15, Dordrecht, Kluwer, 2002).*