

CALCOLO DELLE PROBABILITA' E STATISTICA - 10 gennaio 2002

Scrivere le risposte negli appositi spazi

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

Informatica (N.O.) (Canali 1-4)

1. - Da un lotto contenente 4 pezzi buoni e 2 difettosi si estraggono senza restituzione 3 pezzi. Sia X il numero aleatorio di pezzi buoni estratti. Sia inoltre E_i l'evento "l' i -mo pezzo estratto è buono". Calcolare la varianza di X e la probabilità α dell'evento condizionato $E_1 \wedge E_3 | E_1 \vee E_3$.

$$\text{Var}(X) = \frac{2}{5} \qquad \alpha = \frac{3}{7}$$

2. - Siano X e Y due numeri aleatori indipendenti aventi entrambi distribuzione normale con parametri m, σ . Considerati i numeri aleatori $U = X - Y, V = X + Y, Z = aX + bY$, calcolare la covarianza di U, V e i valori di a e b tali che Z abbia distribuzione normale standard.

$$\text{Cov}(U, V) = 0 \qquad a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \qquad b = \mp \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}$$

3. - La lunghezza di una barra è un numero aleatorio X con densità della forma

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq a \\ 2a - x & a < x \leq 2a \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Calcolare la costante a e la funzione di ripartizione di X .

$$a = 1 \qquad F(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2} & , 0 < x \leq 1 \\ 2x - 1 - \frac{x^2}{2} & , 1 < x \leq 2 \\ 1 & , x > 2 \end{cases}$$

4. - Un lotto è costituito da 50 componenti, dei quali 20 sono stati costruiti da una macchina M_1 e 30 da una macchina M_2 . Il generico componente risulta difettoso con probabilità $\frac{1}{4}$ se prodotto da M_1 e con probabilità p se prodotto da M_2 . Dal lotto viene estratto a caso un componente e viene esaminato. Calcolare, in funzione di p , la probabilità α dell'evento $E =$ "Il pezzo esaminato risulta non difettoso" e la probabilità β dell'evento condizionato $H|E$, essendo H l'evento "Il pezzo esaminato è stato prodotto dalla macchina M_1 ". Infine, calcolare il valore di p , tale che E ed H risultano stocasticamente indipendenti.

$$\alpha = \frac{9}{10} - \frac{3}{5}p \qquad \beta = \frac{1}{3 - 2p} \qquad p = \frac{1}{4}$$