

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - 13 settembre 2001

Scrivere le risposte negli appositi spazi

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

Nettuno

1. - Siano A, B, C tre eventi tali che $A \vee B \vee C = \Omega$, con probabilità rispettivamente $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{6}$, $P(C) = \frac{1}{2}$. Stabilire se l'assegnazione di probabilità è coerente.

COERENTE ? NO

2. - La quantità di rifiuti solidi smaltiti da un'industria in ciascuna giornata è un numero aleatorio X con densità della forma

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ h(2-x) & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Sapendo che $P(X \leq \frac{1}{2}) = \frac{1}{24}$, determinare le costanti h e k . Calcolare la previsione di X .

$$h = \frac{4}{3}$$

$$k = 1$$

$$\mathbb{P}(X) = \frac{41}{36}$$

3. - Siano X e Y due numeri aleatori indipendenti aventi entrambi distribuzione esponenziale con lo stesso parametro λ . Determinare la covarianza $cov(X, Y)$ e, considerato $U = X - Y$, determinare la previsione $\mathbb{P}(U)$, la varianza $var(U)$, la probabilità $P(U > 0)$.

$$\mathbb{P}(U) = 0$$

$$cov(X, Y) = 0$$

$$var(U) = \frac{2}{\lambda^2}$$

$$P(U > 0) = \frac{1}{2}$$

4. - Un numero aleatorio X non negativo ha funzione di sopravvivenza $S(x) = e^{-(ax + \frac{bx^2}{2})}$, per $x \geq 0$. Calcolare, per ogni $x > 0$, la densità $f(x)$, determinando l'insieme I dei valori da assegnare alle costanti a e b . Inoltre, stabilire per quali valori di a e b è soddisfatta la condizione $P(X > x + y | X > y) = P(X > x)$, $\forall x > 0, y > 0$.

$$f(x) = (a + bx)e^{-(ax + \frac{bx^2}{2})}, \quad x > 0$$

$$I = \{(a, b) : a \geq 0, b \geq 0\} \setminus (0, 0)$$

$$a > 0, \quad b = 0$$