CALCOLO DELLE PROBABILITA' : 14 giugno 2001
nuovo ord., nn.1–4, vecchio ord., nn. 1–6
Scrivere le risposte negli appositi spazi
Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1 Sia $A \vee B \subseteq E$. Quanto deve valere $P(E)$ affinché si abbia $P[(A^c \wedge B^c)|E] = P(A \vee B)$, sapendo che A e B sono stocasticamente indipendenti e $P(A) = P(B) = \frac{1}{4}$.

$$P(E) = \frac{7}{9}$$

2 Sia X un numero aleatorio con densitá

$$f(x) = \begin{cases} 12x(1-x)^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & altrove \end{cases}$$

Calcolare la previsione e la funzione di ripartizione di X.

$$\mathbb{P}(X) = \frac{2}{5} \qquad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 6x^2 - 8x^3 + 3x^4, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

3 Sia $f(x,y) = k(x+y)$, per $(x,y) \in \mathcal{C} = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2-x\}$, e $f(x,y) = 0$ altrove, la densità congiunta di un vettore aleatorio continuo (X,Y). Calcolare la costante k e, dati gli eventi $A = (X \leq 1, Y > 1), B = (X > 1, Y \leq 1)$, stabilire se A e B sono equiprobabili. Calcolare la funzione di ripartizione $F_1(x)$ di X.

$$k = \frac{3}{8} \qquad Equiprob.?\ SI,\ \frac{5}{16} \qquad F_1(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x(12-x^2)}{16}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

4 Una ditta vende lampadine, il 20 % provienente da una fabbrica A, il 50 % da una fabbrica B e il 30 % da C. Le percentuali di lampadine difettose prodotte da A, B, C sono rispettivamente il 4 %, il 2 % e il 3 %. Calcolare la probabilità α che una lampadina venduta dalla ditta sia difettosa e la probabilità β che una lampadina risultata difettosa sia stata prodotta da C.

$$\alpha = 0.027 \qquad \beta = \frac{1}{3}$$

5 Dare un esempio di famiglia di eventi scambiabili che non siano stocasticamente indipendenti.

E_i="pallina bianca all'i-esima estrazione" (estrazioni **senza** restituzione)

6 Dati due processi di Poisson di intensitá λ_1, λ_2, siano X_1, X_2 il numero di arrivi di ciascun processo in $[0,2]$ ed Y_1, Y_2 il numero di arrivi di ciascun processo in $[3,6]$. Calcolare le probabilitá p_i (i=1,2) degli eventi condizionati $(X_i = 1)|(X_i + Y_i = 3)$.

$$p_1 = p_2 = 3\,\frac{2}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^2$$