CALCOLO DELLE PROBABILITA' - 17 gennaio 2004

Scrivere le risposte negli appositi spazi. Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati
Elettronica: 1–4; Nettuno: 1–3.

1 Data un'urna di composizione incognita con palline bianche e nere, sia $K =$ "il numero di palline bianche nell'urna è il doppio di quelle nere", con $P(K) = p \neq 1$. Si estrae una pallina, e sia $A =$"pallina bianca". Se $P(A|K^c) = \beta$, calcolare la probabilità di K nell'ipotesi A. Determinare poi β in modo tale che K ed A siano stocasticamente indipendenti.

$P(K|A) = \frac{2p}{2p+3\beta(1-p)}$ $\qquad\qquad$ $\beta = \frac{2}{3}$

2 Il codominio di un vettore aleatorio (X, Y) e' costituito dalle coppie **equiprobabili** $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 2)$. Determinare la funzione di ripartizione $F(z)$ di $Z = -2X + Y$.

$$F(z) = \begin{cases} 0 & z < -3 \\ \frac{1}{5} & -3 \leq z < -2 \\ \frac{2}{5} & -2 \leq z < 0 \\ \frac{4}{5} & 0 \leq z < 3 \\ 1 & z \geq 3 \end{cases}$$

3 Un vettore aleatorio (X, Y) ha distribuzione uniforme su un trapezio isoscele con base maggiore (sull'asse x) in $[0, 3]$ e con base minore e altezza di lunghezza 1. Calcolare le densità marginali e la probabilità di $E|H$, con $E = (Y - X > 0)$, $H = (X > 2)$.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}(3-x) & 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \qquad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(3-2y) & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \qquad P(E|H) = 0$$

4 In un controllo di qualità, si estrae (senza restituzione) un campione di $n = 20$ pezzi da un lotto che ne contiene $N = 100$ fra i quali 4 difettosi. Calcolare la probabilità di E="nel campione c'è al più un pezzo difettoso". Confrontare $P(E)$ con il valore ottenuto mediante l'approssimazione binomiale.

$P(E) = 0,822$ $\qquad\qquad$; $P_a(E) = 0,81$