

CALCOLO DELLE PROBABILITA' (Vecchio ordinamento) - 20 luglio 2001

Scrivere le risposte negli appositi spazi

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1 Siano A, B, C tre eventi tali che $A \wedge B \wedge C = \emptyset$ e $A \vee B \vee C = \Omega$ e siano assegnate le seguenti valutazioni di probabilità: $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(C) = \frac{1}{2}$. Stabilire se l'assegnazione di probabilità é coerente.

coerente ? SI

2 Dati due eventi A, B tali che $P(A) = 1/2$, $P(B|A) = 1/4$, $P(A|B) = 1/5$, stabilire se ognuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

(i) gli eventi A, B sono incompatibili, (F)

(ii) A implica B , (F)

(iii) $P(A^c|B^c) = 0$, (V)

(iv) $P(A|B) + P(A|B^c) = 1$. (F)

3 Dato il vettore aleatorio (X, Y) con distribuzione normale

$$f(x, y) = \frac{1}{6\pi\sqrt{3}} e^{-\frac{2}{3}[(\frac{x-1}{2})^2 - (\frac{x-1}{2})(\frac{y-5}{3}) + (\frac{y-5}{3})^2]}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

scrivere la densità marginale $f_1(x)$ di X . Calcolare la probabilità p dell'evento $(-3 \leq X \leq 5)$ e l'equazione della retta di regressione di Y su X .

$$f_1(x) = N_{1,2}(x)$$

$$p = 2\Phi(2) - 1$$

$$y = 5 + \frac{3}{4}(x-1)$$

4 Un tecnico é chiamato da una ditta per intervenire su un macchinario A che produce 1 pezzo difettoso su 5, mentre altri tre macchinari identici producono solo 1 pezzo difettoso su 100. Il tecnico entra nella ditta, sceglie un macchinario a caso tra i 4 identici, osserva un pezzo a caso prodotto dal macchinario, che risulta essere difettoso. Qual é la probabilità p che abbia scelto il macchinario A ?

$$p = \frac{20}{23}$$

5 Dati X_1, X_2, X_3, X_4 numeri aleatori indipendenti e con distribuzione uniforme sull'intervallo $[0, 2]$, calcolare la densità di probabilità e la previsione del numero aleatorio $Y = 3 - X_{(4)}$.

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{4}(3-y)^3 & y \in [1, 3] \\ 0, & \text{altrove} \end{cases} \quad \mathbb{P}(Y) = \frac{7}{5}$$

6 Dato un vettore aleatorio discreto (X, Y) con distribuzione uniforme sul codominio $\{(0, 0), (0, 2), (2, 2), (2, 0)\}$, calcolare la funzione generatrice $f(t)$ del numero aleatorio $Z = X + Y$.

$$f(t) = \frac{1}{4}(1+t^2)^2$$