

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - 22 luglio 2002

Vecchio Ordinamento

Scrivere le risposte negli appositi spazi

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1. - In base a un indagine sanitaria condotta su una fabbrica di carta viene valutata pari a 0.1 la probabilità dell'evento E , che una persona che vi lavora da almeno 5 anni soffra di disturbi polmonari, 0.15 la probabilità dell'evento H che soffra di cefalea, e 0.8 la probabilità dell'evento S che sia sana.

E' coerente tale assegnazione ? ☒ si ☐ no

Gli eventi E ed H sono stocasticamente indipendenti ? si ☒ no

2. - La densità congiunta di un vettore aleatorio continuo (X, Y) è la funzione $f(x, y) = 6e^{-(2x+3y)}$, per $x \geq 0, y \geq 0$, con $f(x, y) = 0$ altrove. Calcolare, per ogni $x > 0, y > 0$, la probabilità $p = P(X > x + y | X > x)$ e stabilire se X ed Y sono stocasticamente indipendenti. Infine, determinare l'equazione della retta di regressione di Y su X .

$$p = e^{-2y} \qquad y = \frac{1}{3}$$

Stocasticamente indipendenti ? ☒ si ☐ no

3. - L'insieme dei valori possibili di un numero aleatorio discreto X è $\mathcal{C} = \{0, 1, \dots, 8\}$, con

$$P(X = x) = \binom{8}{x} \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{8-x}, \quad x = 0, 1, \dots, 8.$$

Calcolare: la funzione caratteristica $\phi_X(t)$; la previsione m di X ; la probabilità dell'evento $(X \leq 6)$.

$$\phi_X(t) = \left(\frac{1}{3}e^{it} + \frac{2}{3}\right)^8 \qquad m = \frac{8}{3} \qquad P(X \leq 6) = 1 - \frac{17}{3^8}$$

4. - Sia $h_X(x) = (x-2)^2$ per $x > 0$ il tasso di mortalità di una specie animale: si determini la corrispondente densità di probabilità, e stabilire se il corrispondente fenomeno é senza usura.

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 e^{-\frac{(x-2)^3+8}{3}} & x \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Il fenomeno é senza usura ? si ☒ no

5. Si suppone che il numero di clienti che arrivano in un'ora ad uno sportello segue la distribuzione di Poisson, con parametro Θ , la cui distribuzione iniziale è $\beta(\theta) = 2\theta e^{-2\theta}$. Si osserva per 10 ore il vettore $X = (X_1, \dots, X_{10})$, con X_i = "numero di arrivi all' i-esima ora". Supponendo che X sia un campione casuale, determinare la funzione di verosimiglianza $\alpha(x|\theta)$ e la distribuzione finale del numero aleatorio Θ .

$$\alpha(x|\theta) = \frac{\theta^{\sum_{i=1}^{10} x_i}}{x_1! \dots x_{10}!} \exp(-\theta \sum_{i=1}^{10} x_i) \qquad \beta(\theta|x) = K(x) \theta^{1+\sum_{i=1}^{10} x_i} e^{-12\theta}$$

6. Sia (X, Y) un vettore aleatorio con distribuzione uniforme sul triangolo di vertici $(0, 0), (1, 2), (2, 0)$.

X ed Y sono scambiabili ? si ☒ no

X ed Y sono stocasticamente indipendenti ? si ☒ no