PROBABILITA' E STATISTICA - 24 giugno 2002

Scrivere le risposte negli appositi spazi

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

Civile

Nome e cognome:

1. - La densità di probabilità di un numero aleatorio X è data da $f(x) = kx^2$, ($-1 \leq x \leq 1$), e $f(x) = 0$ altrove. Calcolare: la costante k ; la funzione di ripartizione $F(x)$; la densità di probabilità $g(y)$ del numero aleatorio $Y = 2X$.

$$k = \frac{3}{2} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < -1, \\ \frac{1}{2}(x^3 + 1) & \text{se } -1 \leq x < 1, \\ 1 & \text{se } x \geq 1. \end{cases} \quad g(y) = \begin{cases} \frac{3}{16}y^2 & -2 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

2. - Tre palline numerate da 1 a 3 vengono inserite a caso in due scatole s_1, s_2 . Sia X il numero di palline in s_1 e Y il numero di palline con numero dispari in s_1 . Determinare se X ed Y sono stocasticamente indipendenti. Calcolare $\mathbb{P}(X)$, $cov(X, Y)$.

(Suggerimento: sia E_i l'evento "la pallina con il numero i viene inserita nella scatola s_1 - per $i = 1, 2, 3$)

X e Y sono stocasticamente indipendenti? si

$$\mathbb{P}(X) = \frac{3}{2} \quad cov(X, Y) = \frac{1}{2}$$

3. - Data la funzione di ripartizione

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{4} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{4}{5} & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

del numero aleatorio X , determinare il codominio $\mathcal{C}_X$ di X e la probabilità dei seguenti eventi $E = (\frac{4}{5} \leq X \leq \frac{9}{4})$, $H = (\frac{3}{2} \leq X \leq 3)$ e dell'evento condizionato $E|H$.

$$\mathcal{C}_X = \{0, 1, 2, 3\} \quad ; \quad P(E) = \frac{11}{20} \quad ; \quad P(H) = \frac{1}{2} \quad ; \quad P(E|H) = \frac{3}{5}$$