

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - 27 ottobre 2001

Scrivere le risposte negli appositi spazi

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

Corso intero: nn.1 – 6,

Elettronica 1° Mod.: nn.1 – 4,

Nettuno: 1–4.

1. - Siano A, B, C tre eventi tali che $B \subseteq A \wedge C^c$. L'assegnazione $P(A) = 0.9$, $P(B) = 0.8$, $P(C) = 0.3$ è coerente? NO

Gli eventi A e C sono stocasticamente indipendenti? NON C'E' UNA P ...

2. - Sia (X, Y) un vettore aleatorio bidimensionale con densità ($\lambda > 0$)

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda y} & 0 \leq x \leq y \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Determinare le densità marginali f_X, f_Y ; la densità condizionata di X , dato $Y = y$.

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{altrove} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \lambda^2 y e^{-\lambda y}, & y > 0 \\ 0, & \text{altrove} \end{cases} \quad f(x|y) = \begin{cases} \frac{1}{y}, & 0 < x < y \\ 0, & \text{altrove} \end{cases}$$

3. - Un'urna contiene 12 palline di cui 3 bianche, 5 nere e le restanti rosse. Si estraggono 3 palline senza restituzione, quale è la probabilità p che si estraggano 2 palline bianche e 1 rossa?

$$p = \frac{3}{55}$$

4. - Un canale di trasmissione trasmette segnali binari $\{0, 1\}$. A causa del rumore, possono esservi errori: siano 0.9 e 0.8, rispettivamente, le probabilità $P(r_0|t_0)$, $P(r_1|t_1)$ che un segnale trasmesso come 0 e come 1 sia ricevuto correttamente. Se la probabilità $P(t_0)$ di trasmettere 0 è 0.4, trovare: la probabilità α che un segnale trasmesso sia ricevuto come 1; la probabilità β che sia stato trasmesso 1, supposto che venga ricevuto 1; la probabilità γ totale di "errore", cioè dell'evento "trasmetto 0 AND ricevo 1" OR "trasmetto 1 AND ricevo 0".

$$\alpha = \frac{13}{25} \quad \beta = \frac{12}{13} \quad \gamma = \frac{4}{25}$$

5. - Sia (X, Y) il vettore aleatorio dell'esercizio 2.

I numeri aleatori X ed Y sono scambiabili? NO

6. La durata X_k delle telefonate che arrivano ad un centralino ha distribuzione esponenziale di parametro λ , ed è indipendente dal numero di chiamate che arrivano in $[0, t)$. Se il tempo di attesa Y_k fino alla chiamata k -esima è una gamma $G_{k,\alpha}(y)$, con $\alpha = 2\lambda$, quale è la probabilità p che al tempo t la prima telefonata sia ancora in corso, supposto che essa sia arrivata in $[0, t)$?

$$p = \frac{2e^{-\lambda t}}{1 + e^{-\lambda t}}$$