

CALCOLO DELLE PROBABILITA' - 29 maggio 2001

Scrivere (o inserire in un cerchietto quelle corrette) le risposte negli appositi spazi

Motivare *dettagliatamente* le risposte su fogli allegati

1° Modulo: nn.1 - 4

Corso intero: nn.1 - 6

1 Stabilire se la valutazione di probabilità $P(E) = \frac{3}{4}$, $P(F) = \frac{4}{5}$, $P(E \vee F) = \frac{5}{6}$ é coerente e se gli eventi E ed F sono stocasticamente indipendenti.

P é coerente ? ☒ sì ☐ no

E ed F sono stocasticamente indipendenti ? sì ☒ no

2 Un vettore aleatorio (X, Y) ha densità di probabilità $f(x, y) = k(x + 3y)$ (con k costante opportuna) su $[0, 1] \times [0, 2]$. Determinare k , le distribuzioni marginali e stabilire se X e Y sono indipendenti.

$$k = \frac{1}{7} \quad f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{7}(x+3) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{14}(6y+1) & 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

X ed Y sono stocasticamente indipendenti ? sì ☒ no

3 Siano X ed Y l'altezza dei pigmei e dei vatussi con distribuzione $N_{1.40,1}(x)$ e $N_{2,1}(y)$, rispettivamente. Scelto un individuo da una popolazione composta da pigmei G e vatussi V nelle proporzioni p e q ($p, q > 0$ e $p + q = 1$), determinare la funzione di ripartizione della sua altezza Z e la previsione $\mathbb{P}(Z)$. Si calcoli, supposto che l'altezza dell'individuo scelto sia maggiore di s , quale è la probabilità che l'individuo sia un pigmeo.

$$F_Z(z) = p\Phi(z - 1.40) + q\Phi(z - 2) \quad \mathbb{P}(Z) = 1.40p + 2q$$
$$P(G|Z > s) = \frac{q\Phi(-s + 1.40)}{q\Phi(-s + 1.40) + p\Phi(-s + 2)}$$

4 Data la distribuzione

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \theta & \text{se } x = 1 \\ 1 - \theta & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

con $0 \leq \theta \leq 1$, ed un campione $x = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1)$ da essa estratto, si assegni a θ distribuzione iniziale $\beta(\theta) = B_{1,1}(\theta)$. Determinare la distribuzione finale $\beta(\theta|x)$.

$$\beta(\theta|x) = B_{5,7}(\theta)$$

5 Siano x_1, x_2 due punti scelti a caso in $[-3, -1]$. Fissato $x \in [-2, -1]$ calcolare la probabilità α che almeno uno dei due punti appartenga a $[-3, x]$. Calcolare inoltre la previsione μ di $Y = 2(X_{(2)} - X_{(1)})$.

$$\alpha = 1 - \left(\frac{1+x}{2}\right)^2 \quad \mu = \frac{4}{3}$$

6 Si determini la funzione caratteristica del numero aleatorio $Z = 2(X - Y)$, essendo (X, Y) un vettore aleatorio, che assume le coppie di valori

$$\{(0, 0), (0, 2), (0, 3), (1, 0), (1, 2), (1, 3)\}$$

con uguale probabilità.

$$\phi_Z(t) = \frac{1}{6} (1 + e^{2it} + e^{-2it} + 2e^{-4it} + e^{-6it})$$