Esercizi

Risolvere le seguenti disequazioni.

1) $|x| \leq 2$,

2) $|x-3| \leq 2$,

3) $|x-1| \leq |x|$,

4) $|x^2-1| \leq 1$,

5) $|\sin x| \leq 1/2$,

6) $|x+y| \leq 1$ in $\mathbf{R}^2$.

Individuare nel piano i punti

$$z = 2-2i,\ z = 1-\sqrt{3}i,\ z = 2i,\ z = 4,\ z = \frac{i}{1+i}$$

e fornire la loro rappresentazione trigonometrica.

Trovare l'insieme di definizione delle funzioni.

$f(x) = \sqrt{1-x}$, $f(x) = \frac{1}{x+2}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$, $f(x) = \log(1+x)$, $f(x) = \log|x|$, $f(x) = e^{x-5}$ e $f(x) = e^{\sqrt{x+2}}$.

$f(x,y) = \frac{x}{y-1}$ e $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$.

Individuare una funzione periodica di periodo $\pi/2$.

Dimostrare che una funzione pari non è invertibile.

Provare che la funzione $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$ è limitata.

Provare che la funzione $\log x$ con $x \in \mathbf{R}^+$ non è limitata.

Esercizi

Risolvere le seguenti disequazioni.

1) $|x| \leq a$, $a \in \mathbf{R}$,

2) $|x-1| \leq 2$,

3) $|x+1| \leq 2|x|$,

4) $|x^2+2| \leq 1$,

5) $|\cos x| \leq 1/2$,

6) $|x-y| \leq 1$ in $\mathbf{R}^2$.

Dimostrare che non sono separati gli insiemi $[1,3]$ e $[2,4]$.

Dimostrare che sono contigui gli insiemi $(-\infty, 6]$ e $(6, +\infty)$.

Calcolare il cubo del numero complesso $z = 1 + i$.

Calcolare le radici cubiche di $z = i$ e del suo coniugato. Individuare nel piano tali numeri complessi.

Individuare gli insiemi di definizione delle funzioni $f(x,y) = \frac{1}{x \log y}$ e $g(x,y) = \log \sqrt{1-xy}$. Provare che la funzione g non è limitata.

Provare che la funzione $f(y) = y^2 + 1$ è inferiormente limitata.

Provare che $x = 1$ è punto di accumulazione per gli intervalli $(a,1)$ e $(1,b)$.

Fornire un esempio di funzione iniettiva, ma non suriettiva.

Fornire un esempio di funzione suriettiva, ma non iniettiva.

Provare che le funzioni monotone su un intervallo limitato e chiuso sono limitate.

Provare che il prodotto di composizione di funzioni non è commutativo, cioè in generale $f \circ g$ è diversa da $g \circ f$.