ANALISI MATEMATICA II (Clinica)
PROVA SCRITTA ANTICIPATA A.A.2003/2004

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

PROVA SCRITTA Tempo 3 ore

1) Detto in T il **dominio regolare** di $\mathbb{R}^2$ limitato dall'**ellisse** $\mathcal{E} : x^2 + 4(y-2)^2 = 1$, avente come **assi di simmetria**, rispettivamente, l'asse x e la retta $y = 2$, ricordando che $\partial T = \mathcal{E}$, si calcolino:

$$I_1 = \int_{+\partial T} 3x^2 y\, dx + x^3\, dy \quad , \quad I_2 = \int_\gamma 3x^2 y\, dx + x^3\, dy$$

ove $+\partial T$ indica il consueto verso di percorrenza antiorario e γ coincide con l'arco di ∂T che congiunge i punti $A \equiv (1,2)$ e $B \equiv (0, 3/2)$, nel verso da A a B. L'integrale della stessa forma differenziale, esteso alla circonferenza di centro l'origine e raggio 5 assume lo stesso valore I_1: perchè?

2) Data la funzione di variabile complessa $f(z) = \dfrac{1}{(z^2+4)^2}$, determinare:

   a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{C}$;

   b) il campo di olomorfia della funzione $A \subset \mathbb{C}$;

   c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$, precisando "a priori" la regione di convergenza;

   c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{z}_0 = i$, precisando "a priori" la regione di convergenza.

3) Calcolare l'integrale (triplo) esteso al compatto T

$$I = \frac{15}{4} \int_T x\ z\ dxdydz \quad , \qquad T = \Big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9, \ \ x \le 0, \ \ z \le 0\Big\} .$$

Verificare che il risultato ottenuto mediante l'integrazione di volume coincida con il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green-Gauss in $\mathbb{R}^3$.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE