ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
I APPELLO A.A.2009/10

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. .....
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore

1) Data la forma differenziale $Xdx + Ydy$, dove

$$X = \frac{x}{x^2 + 25y^2} \quad , \quad Y = \frac{25y}{x^2 + 25y^2} \quad ,$$

   a. determinare l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$ della forma differenziale $Xdx + Ydy$;
   b. la forma differenziale $Xdx + Ydy$ è esatta in $E \subset \mathbb{R}^2$?
   c. la forma differenziale $Xdx + Ydy$ è esatta in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^-$? In caso affermativo, determinarne la primitiva;
   d. calcolare $I = \int_{+\partial D} Xdx + Ydy$, ove $+\partial D$ indica il consueto verso di percorrenza antiorario sulla frontiera del **dominio regolare** $D \subset \mathbb{R}^2$ il $\left\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + 25y^2 \leq 25\right\}$.

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione pari, di *periodo* $T = 2\pi$ individuata in $[-\pi, \pi)$ da:

$$f(x) = \begin{cases} \pi & x \in [-\pi/2, \pi/2], \\ 2(\pi - |x|) & x \in [-\pi, -\pi/2) \cup (\pi/2, \pi), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la serie di potenze $\sum_{k=1}^{\infty} (k-2)(z+1)^k$,

   a. determinarne il campo $A \subset \mathbb{C}$ di convergenza;
   b. indicare un eventuale insieme $B \subset A$ di **convergenza totale;**
   c. calcolare, $\forall z \in A$ la somma della serie $f(z)$ che e' definita ed olomorfa in un insieme $E \subset \mathbb{C}$, che è piu' ampio dell'insieme A, cioè $A \subset E$;
   d. sviluppare la funzione $f(z)$ in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I
(verbalizzato in data .....) FIRMA .....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE