

**ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)**  
**I canale (A–K) I APPELLO      07.06.2012    A.A.2011/12**

COGNOME E NOME ..... N.ro MATR. ....  
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

---

**MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE      COMPITO B**

1) Dato il compatto  $D \subset \mathbb{R}^2$ , **regolare**, definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4 \leq 4x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}, \quad \text{calcolare } I = \iint_D y^2 dx dy .$$

Indicata, poi, con  $+\partial D$  la frontiera del dominio  $D$  percorsa in verso antiorario (positivo), verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè,  $I$  mediante un opportuno integrale esteso alla frontiera ( $\partial D$ ) del dominio  $D$ . **(7 punti)**

2) Data in  $\mathbb{R}$  la funzione, di **periodo**  $T = 2\pi$  individuata in  $[-\pi, \pi)$  da:

$$f(x) = \begin{cases} -\pi/2 & x \in [-\pi, -\pi/2], \\ -|x| & x \in (-\pi/2, \pi/2), \\ -\pi/2 & x \in [\pi/2, \pi), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando  $\forall x \in [-\pi, \pi]$  il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la serie converge totalmente? E in  $\mathbb{R}$ ? Perché? Fornire adeguate motivazioni. **(7 punti)**

3) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + y' - 6y = (\beta + 3)e^{\beta x}, \quad \beta > 0$$

determinarne l'integrale generale al variare di  $\beta$ . Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + y' - 6y = (\beta + 3)e^{\beta x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases} \quad \text{(7 punti)}$$

4) Data la funzione  $f : E \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , definita da  $f(x, y) := -(x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9)$ , determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme  $D = [-3, 3] \times [-3, 3]$ . Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare  $f(E) \subset \mathbb{R}$ . Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e, quindi, determinare  $f(D) \subset \mathbb{R}$ . Riconoscere che  $f(D) = [m, M]$  dove, rispettivamente,  $m$  ed  $M$  indicano il minimo ed il massimo valore assunto da  $f$  in  $D$ . **(7 punti)**

---

**Riservato alla Commissione di Esame**

---

SCRITTO \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---

ORALE \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---