# ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
# I canale (A–K) I APPELLO 18.06.2013 A.A.2012/13

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. .....
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

**MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE** Tempo 2 ore 30 ′ **COMPITO A**

1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x,y) := \sin y\ (x^2-4)$, determinarne i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$. Dato il compatto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | -\pi \le x \le \pi, -\pi \le y \le \pi\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$. Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, $m$ ed $M$ indicano il minimo ed il massimo valore assunto da $f$ in $D$. **(7 punti)**

2) Data l'equazione differenziale:
$$y'' + 2\delta y' + 9y = e^{-x} \quad , \quad \delta \in \mathbb{R}$$
determinarne l'integrale generale al variare di $\delta$. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y'' + 9y = e^{-x} \\ y(0) = 1/10 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$
**(7 punti)**

3) Si consideri la superficie $S$, ottenuta facendo ruotare di $2\pi$ attorno all'asse $z$ la curva del piano $xz$ di equazione
$$\gamma : z = \frac{1}{2}x + e^{2x}(x-1), \quad 0 \le x \le 1\,.$$
   a) Calcolare l'area di $S$ parametrizzando la superficie;
   b) utilizzare la parametrizzazione per calcolare versore normale e piano tangente a $S$ nel punto $(0, 1/2, -(2e-1)/4)$;
   b) determinare il volume del solido $T$ generato dalla rotazione $2\pi$ attorno all'asse $z$ del compatto delimitato dall'asse $z$, dalla curva $\gamma$ e dalla retta $z = \frac{1}{2}x$. **(7 punti)**

4) Data la forma differenziale $\omega = \dfrac{y}{4x^2+y^2}dx + \dfrac{\beta x}{4x^2+y^2}dy$, definita nell' l'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ (da determinare), determinare $\beta \in \mathbb{R}$, se esiste, tale che essa sia chiusa in $E$; $\omega$ è esatta in $E$ ? Perchè ?
Dato, quindi, in corrispondenza al valore di $\beta$ trovato,
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | 4x^2 + y^2 \le 4, y \ge \sqrt{3}\right\} \ , \ \text{calcolare } \ \mathrm{I} = \int_{+\partial D} \omega \ ,$$
indicare la parametrizzazione di $+\partial D$, la frontiera del dominio $D$ percorsa in verso antiorario e quella del compatto $D$. Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè mediante il calcolo di un opportuno integrale esteso al compatto $D$, indicando esplicitamente l'integrale doppio da calcolare. **(7 punti)**

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I [SI] [NO] FIRMA .....

**Riservato alla Commissione di Esame**

SCRITTO

ORALE