

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale)
I canale (A–K) I APPELLO 18.06.2013 A.A.2012/13

COGNOME E NOME N.Ro MATR.

LUOGO E DATA DI NASCITA

PROVA DI TEORIA: MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 45 minuti

COMPITO B

Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente.

Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

- 1) Definizione di funzione reale di più variabili reali, continua in un punto e in un insieme. Condizioni necessarie per la continuità e condizioni sufficienti per la continuità. La funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua nell'origine? Motivare chiaramente la risposta. **(3 punti)**

- 2) Serie di Fourier: definizione e proprietà. Enunciare il Teorema di Fourier. Data la serie

$$\pi - 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \sin(kx)$$

dire se essa:

- converge totalmente;
- rappresenta lo sviluppo in serie di Fourier relativo alla funzione, dispari, periodica di periodo $T = 2\pi$ definita da

$$f(x) := x \quad x \in [-\pi, \pi].$$

N.B. Non calcolare i coefficienti di Fourier, ma **dimostrare** la risposta.

(3 punti)

- 3) Cambiamento di coordinate da cartesiane a polari in \mathbb{R}^3 per il calcolo di integrali.

Illustrare con un esempio: calcolo del volume della semisfera

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, \quad z \leq 0\} \quad \text{(2 punti)}$$

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____