

### Esercizi Lezione 1

1. Sia  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ . Dire se le seguenti relazioni sono d'equivalenza. Se lo sono dire anche qual è la relativa partizione di  $A$ . Se non lo sono dire quale delle tre proprietà è verificata e quale no.

- (1)  $\{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3)\}$
- (2)  $\{(0,0), (0,2), (2,0), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$
- (3)  $\{(0,0), (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3)\}$
- (4)  $\{(0,0), (1,1), (1,3), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$
- (5)  $\{(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2), (3,3)\}$

2. Sia  $A = \mathbb{Z}$ . Definiamo le seguenti relazioni su  $\mathbb{Z}$ :

- (1)  $xRy$  se  $x = 7y$
- (2)  $xRy$  se  $x - y = 5k$  per qualche intero  $k \in \mathbb{Z}$
- (3)  $xRy$  se  $MCD(x, y) = 1$  ( $MCD(x, y)$  indica il massimo comun divisore di  $x$  e  $y$ ). Dire se esse sono riflessive, simmetriche o antisimmetriche, transitive.

3. Determinare se le seguenti applicazioni sono iniettive, suriettive, biiettive (o biunivoche) oppure no.

- (1)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = x^2 - x$
- (2)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = x^2$
- (3)  $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  definita da  $f(x) = x^2$  (con  $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$ ).
- (4)  $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definita da  $f(m, n) = 2^m 3^n$
- (5)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$  con  $f(x) = x^2 - 2x$
- (6)  $f : \mathbb{N} \rightarrow 2\mathbb{N}$  ( $2\mathbb{N}$  indica l'insieme dei numeri pari) con  $f(n) = 2n$ .
- (7) Costruire una applicazione biunivoca  $f : \mathbb{N} \rightarrow \{y \in \mathbb{Z} | y \geq -3\}$

4. Quali delle seguenti è una partizione di  $\mathbb{Z}$ ?

- (1)  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ è pari}\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ è dispari}\}$
- (2)  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x > 0\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x < 0\}$
- (3)  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x = 3n, n \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} | x = 3n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{Z} | x = 3n + 2, n \in \mathbb{Z}\}$
- (4)  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x < -10\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 10\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{Z} | |x| > 10\}$
- (5)  $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ non è divisibile per } 3\}$ ,  $B = 2\mathbb{N}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{Z} | x = 6n + 3, n \in \mathbb{Z}\}$