

Esercizi Lezione 11

1. Calcolare i seguenti determinanti

(1)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

(2)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

(3)

$$\begin{vmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & -7 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Determinare i valori di x nelle seguenti equazioni

(1)

$$\begin{vmatrix} x & -4 & 1 \\ -6 & 3 & -2 \\ x & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(2)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & x & c \\ b & b & x \end{vmatrix} = 0$$

(3)

$$\begin{vmatrix} x & a & a \\ a & x & a \\ a & a & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & b & x \\ b & x & b \\ x & b & b \end{vmatrix} = 0$$

3. Calcolare

(1)

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & b_1 & a_2 \\ 0 & c_1 & b_2 & a_3 \\ d_1 & c_2 & b_3 & a_4 \end{vmatrix} = 0$$

(2)

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & d_3 \end{vmatrix} = 0$$

(3)

$$\begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 0 & y \\ y & x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & y & x \end{vmatrix} = 0$$

4. Dimostrare che

$$\begin{vmatrix} a+x & b & c \\ d+y & e & f \\ g+z & h & k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & b & c \\ y & e & f \\ z & h & k \end{vmatrix}$$

5. Senza calcolarlo esplicitamente, spiegare perché

$$\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix} = 0$$

6. Giustificare i passaggi del seguente calcolo:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 14 & 15 & 11 \\ 21 & 22 & 16 \\ 23 & 29 & 17 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 3 & 4 & 11 \\ 5 & 6 & 16 \\ 6 & 12 & 17 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 11 \\ 5 & 3 & 16 \\ 6 & 6 & 17 \end{vmatrix} = \\ &= 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & -13 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 6 & -13 \end{vmatrix} = 2(13+6) = 38 \end{aligned}$$

(Suggerimento: Operare sulle colonne).

7. Se A è una matrice 8×8 con $\det(A) = 4$:

- (1) calcolare $\det(5A)$,
- (2) calcolare $\det(A^{-1})$

8. Se A è una matrice 8×8 e $\det(2A^{-1}) = 5$, calcolare $\det(A)$. Se, inoltre, B è una seconda matrice 8×8 tale che $\det[(A^2)(B)^{-1}] = 5$ calcolare $\det(B)$.