

Esercizi Lezione 12

1. Calcolare il seguente determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Calcolare la matrice aggiunta e verificare la formula di aggiunzione per la matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 4 & 7 & 3 \\ -2 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

e, se possibile, calcolare A^{-1} mediante la formula.

3. Una matrice si dice **antisimmetrica** se $A^T = -A$. Dare un esempio di matrice antisimmetrica 2×2 e una 3×3 . Dimostrare che se A è una qualunque matrice $n \times n$ si ha $\det(-A) = (-1)^n \det A$. Sfruttare questa proprietà per dimostrare che una matrice antisimmetrica di ordine dispari (cioè con n dispari) è necessariamente non invertibile. Dare un esempio di matrice 4×4 antisimmetrica invertibile.

4. Risolvere con la regola di Cramer:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

5. Calcolare la matrice inversa:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

6. Calcolare il determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$